

Pruebas de Acceso para mayores de 25 y 45 años



Matemáticas



COMUNIDAD VALENCIANA

Convocatoria 2020

Problema 1

Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$,

a) Calcular $(2A-3B) \times C$ y $6A-9B$. Justificar por qué los dos resultados son iguales.

b) Obtener los valores x e y tales que $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$,

Solución:

$$\text{Calculo } 2A-3B: \quad 2A - 3B = 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -9 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 15 \\ -5 & -3 \end{pmatrix},$$

Multiplico la matriz resultante por la matriz C .

$$(2A - 3B) \cdot C = \begin{pmatrix} -2 & 15 \\ -5 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \cdot 3 + 15 \cdot 0 & -2 \cdot 0 + 15 \cdot 3 \\ -5 \cdot 3 + (-3) \cdot 0 & -5 \cdot 0 + (-3) \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 45 \\ -15 & -9 \end{pmatrix},$$

$$\text{Calculo } 6A-9B: \quad 6A - 9B = 6 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - 9 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 18 \\ 12 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -27 \\ 27 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 45 \\ -15 & -9 \end{pmatrix},$$

Demuestro el motivo de esta igualdad. El punto clave es que $C=3I$

$$(2A - 3B) \cdot C = (2A - 3B) \cdot 3I = (6A - 9B) \cdot I = 6A - 9B$$

Que es lo que se quería demostrar.

Problema 1

b) Obtener los valores x e y tales que $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$,

Opero las matrices del lado izquierdo de la igualdad: $\begin{pmatrix} x \\ -2x + 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ -2x + 3y = 5 \end{cases}$

Dos matrices son iguales, cuando sus términos a_{ij} son iguales.

Se calcula la incógnita que falta:

$$-2x + 3y = 5 \longrightarrow -2 \cdot 5 + 3y = 5 \longrightarrow 3y = 15 \longrightarrow y = 5$$

Los valores pedidos son: $x=5$; $y=5$



Si quieres repasar matrices y determinantes tengo un curso en este mismo canal.

Problema 2

- a) Obtener razonadamente la ecuación de la recta r que pasa por los puntos $A = (10, 0)$ y $B = (0, 10)$.
- b) Obtener razonadamente que la distancia del punto $O (0, 0)$ a la recta r es la mitad de la distancia entre los puntos A y B .

Solución:

Calculo la ecuación de la recta que pasa por A y B . Se calcula la pendiente a partir de su fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \longrightarrow m = \frac{10 - 0}{0 - 10} = -1$$

Calculo la ecuación de la recta utilizando la ecuación punto-pendiente.

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1) \longrightarrow y - 0 = (-1) \cdot (x - 10) \longrightarrow y = -x + 10 \longrightarrow \boxed{x + y - 10 = 0}$$

Calculo la distancia del punto O a la recta r mediante la fórmula.

$$d = \frac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 - 10|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5 \cdot \sqrt{2}$$

$$\text{Comprobamos: } \frac{d}{|AB|} = \frac{5 \cdot \cancel{\sqrt{2}}}{10 \cdot \cancel{\sqrt{2}}} = \frac{1}{2}$$

Calculo la distancia entre los puntos A y B .

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (10, 0) - (0, 10) = (10, -10)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{10^2 + (-10)^2} = \sqrt{200} = 10 \cdot \sqrt{2}$$

La distancia a la recta es justo la mitad que la distancia entre los puntos.

Problema 3

a) Obtener razonadamente

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{L'Hopital}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{1} = \frac{2 \cdot 5}{1} = \mathbf{10}$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x^2 - 25}{x - 5} = \frac{10^2 - 25}{10 - 5} = \frac{75}{5} = \mathbf{15}$$

b) Calcular la derivada primera de la función $f(x) = (e^{3x} + 2)^3 - \ln(\cos x)$

Se aplica la regla de la cadena.

$$f'(x) = 3 \cdot (e^{3x} + 2)^2 \cdot (3 \cdot e^{3x}) - \frac{-\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)} = \boxed{9 \cdot e^{3x} \cdot (e^{3x} + 2)^2 + \operatorname{tg}(x)}$$

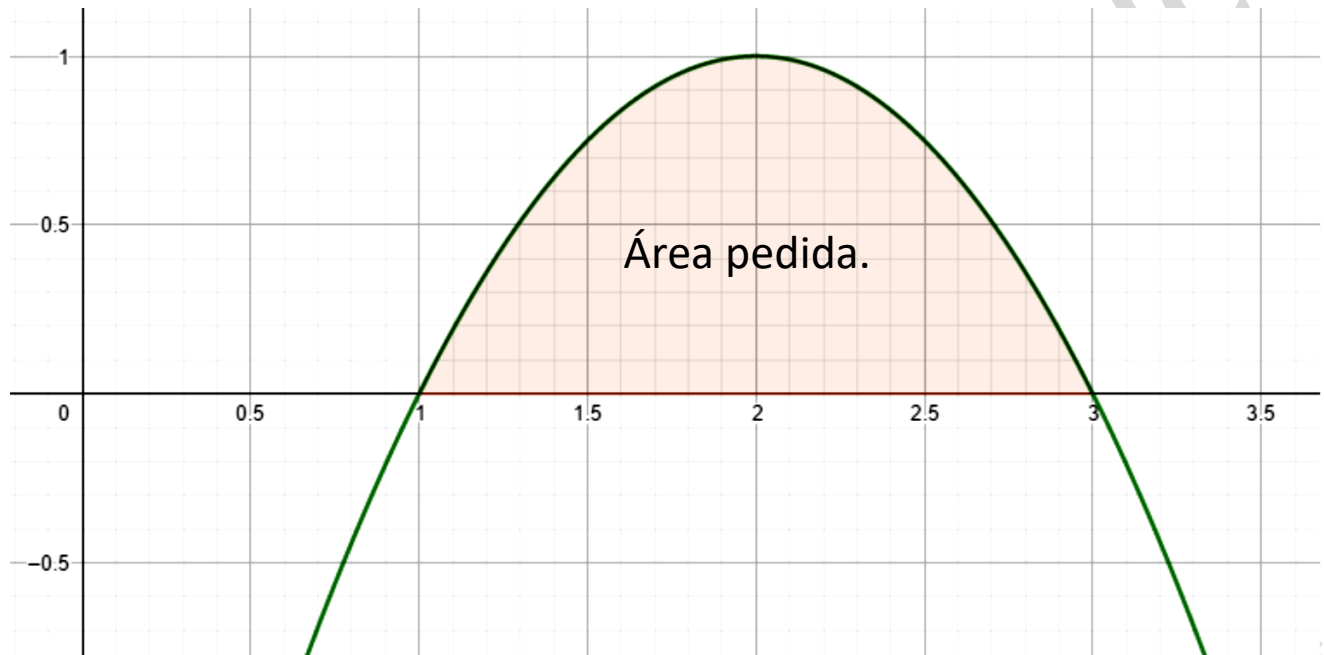
Problema 4

Dada la función $f(x) = (x - 1) \cdot (3 - x)$

Obtener el área de la región acotada del plano comprendida entre su gráfica y el segmento que une los puntos $(1, 0)$ y $(3, 0)$.

Solución:

Si observamos con atención, nos están pidiendo el área comprendida entre la parábola invertida y el eje X. Por ello, debemos calcular la integral definida de la función entre 1 y 3. Aunque no es necesario realizar la representación gráfica, es conveniente visualizarla para entender lo que estamos haciendo.



Problema 4

$$A = \int_1^3 (x - 1) \cdot (3 - x) dx$$

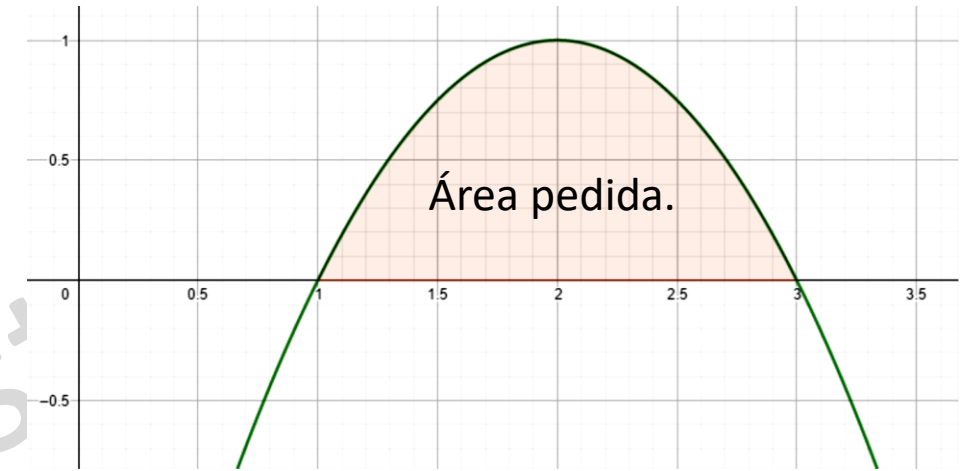
Opero, aplicando la propiedad distributiva:

$$A = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = \left[\frac{-x^3}{3} + 4 \cdot \frac{x^2}{2} - 3 \cdot x \right]_1^3$$

Aplico la regla de Barrow:

$$A = \left(\frac{-3^3}{3} + 4 \cdot \frac{3^2}{2} - 3 \cdot 3 \right) - \left(\frac{-1^3}{3} + 4 \cdot \frac{1^2}{2} - 3 \cdot 1 \right) = (-9 + 18 - 9) - \left(-\frac{1}{3} + 2 - 3 \right) = \frac{4}{3}$$

El área de la región acotada del plano comprendida entre su gráfica y el segmento que une los puntos (1, 0) y (3, 0) es **4/3 unidades de área**.



Problema 5

Las edades de 50 clientes habituales de un pequeño comercio son las siguientes:

Edades	18	23	24	28	32	33	43	44	56
Nº de clientes	2	5	4	12	5	8	7	3	4



Teoría y ejercicios de estadística.

Obtener, razonadamente, la edad media y la desviación típica de las edades de los clientes.

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
18	2	36	648
23	5	115	2645
24	4	96	2304
28	12	336	9408
32	5	160	5120
33	8	264	8712
43	7	301	12943
44	3	132	5808
56	4	224	12544

TOTALES: **50** **1664** **60132**

Se aplica directamente la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} \longrightarrow \bar{x} = \frac{1664}{50} = \boxed{33'28 \text{ años}}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2 \longrightarrow \sigma^2 = \frac{60132}{50} - 33'28^2 \approx 95'08$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \longrightarrow \sigma = \sqrt{95'08} = \boxed{9'75 \text{ años}}$$