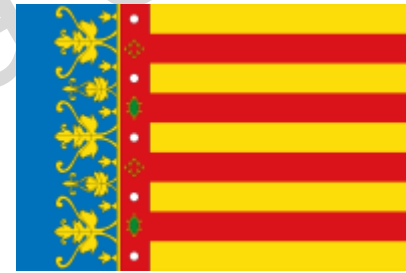


Pruebas de Acceso para mayores de 25 y 45 años



Matemáticas



COMUNIDAD VALENCIANA

Convocatoria 2019

Problema 1

a) Transformar en un solo logaritmo la expresión: $\text{Log}\left(x - \frac{3}{4}\right) + \text{Log}(4)$

b) Resolver razonadamente la ecuación: $2 \cdot \text{Log } x = \text{Log}\left(x - \frac{3}{4}\right) + \text{Log}(4)$

Solución:

Se aplica la propiedad de los logaritmos: $\text{Log } A + \text{Log}(B) = \text{Log}(A \cdot B)$

$$\text{Log}\left(x - \frac{3}{4}\right) + \text{Log}(4) = \text{Log}\left[4 \cdot \left(x - \frac{3}{4}\right)\right] = \boxed{\text{Log}(4x - 3)}$$

Se aplica la propiedad de los logaritmos: $A \cdot \text{Log } B = \text{Log } B^A$

$$2 \cdot \text{Log } x = \text{Log}\left(x - \frac{3}{4}\right) + \text{Log}(4) \longrightarrow \text{Log } x^2 = \text{Log}(4x - 3)$$

Por ser el logaritmo una función inyectiva: $x^2 = 4x - 3 \longrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

Se resuelve la ecuación de segundo grado:

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} \longrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} \longrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{4 + 2}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{4 - 2}{2} = 1 \end{cases}$$

Problema 1

b) Resolver razonadamente la ecuación: $2 \cdot \text{Log } x = \text{Log} \left(x - \frac{3}{4} \right) + \text{Log}(4)$

Ahora, se deben comprobar las soluciones obtenidas. Para ello se sustituyen en la ecuación original las soluciones.

$$x_1 = 3$$

$$2 \cdot \text{Log } 3 = \text{Log} \left(3 - \frac{3}{4} \right) + \text{Log}(4) \longrightarrow \text{Log } 3^2 = \text{Log}(4 \cdot 3 - 3) \longrightarrow \text{Log } 9 = \text{Log } 9$$

$x_1 = 3$ es una solución válida.

$$x_2 = 1$$

$$2 \cdot \text{Log } 1 = \text{Log} \left(1 - \frac{3}{4} \right) + \text{Log}(4) \longrightarrow \text{Log } 1 = \text{Log} \left(\frac{1}{4} \right) + \text{Log}(4) \longrightarrow \text{Log } 1 = \text{Log } 1$$

$x_1 = 1$ es una solución válida.

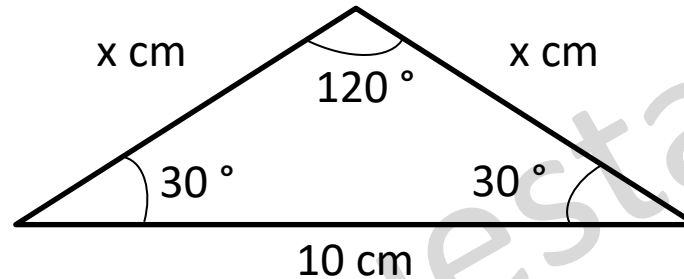
Problema 2

El lado desigual de un triángulo isósceles mide 10 cm y los ángulos adyacentes son de 30° .
Calcular razonadamente:

- a) La longitud de los otros dos lados.
- b) El área del triángulo.

Solución:

Se hace un esquema de la situación.



Se aplica el teorema de los senos:

$$\frac{x}{\text{sen}(30^\circ)} = \frac{10}{\text{sen}(120^\circ)} \longrightarrow x = \frac{10 \cdot \text{sen}(30^\circ)}{\text{sen}(120^\circ)} = \frac{10 \cdot 0'5}{\sqrt{3}/2} = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

La longitud de los lados desconocidos es :

$$x = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

Para calcular el área del triángulo, debemos calcular la altura.

Problema 2

Se hace un esquema de la situación.

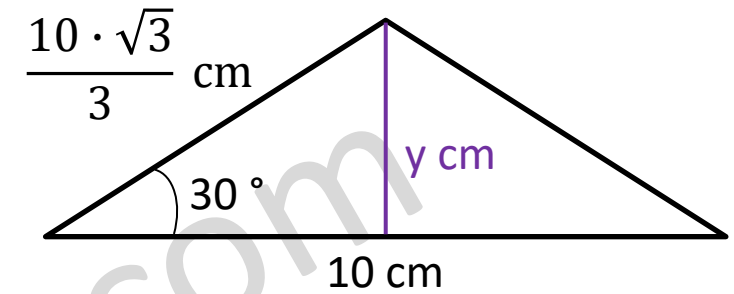
Aplicamos la definición del seno de un ángulo.

$$\operatorname{sen}(30^\circ) = \frac{y}{\frac{10 \cdot \sqrt{3}}{3}} \longrightarrow y = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \operatorname{sen}(30^\circ) \longrightarrow y = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

El área del triángulo es:

$$A = \frac{b \cdot y}{2} = \frac{10 \cdot \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{3}}{2} = \frac{25 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

El área del triángulo es: $A = \frac{25 \cdot \sqrt{3}}{3} \text{ cm}^2$



Problema 3

Calcular razonadamente los límites:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^3-9x} = \frac{3-3}{3^3-9 \cdot 3} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{L'Hopital}} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{3x^2-9} = \frac{1}{18}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2-4x+8}{8x^2+15x-1} = \frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{\text{L'Hopital}} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x-4}{16x+15} = \frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{\text{L'Hopital}} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14}{16} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$$

Problema 4

Dada la función: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$

a) Obtener razonadamente los puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Calcular razonadamente sus máximos y mínimos.

Solución:

Para calcular los puntos de corte con los ejes:

$$\text{Eje Y } (x = 0) \rightarrow f(0) = 0^3 - 6 \cdot 0^2 + 5 = 5 \rightarrow \boxed{A = (0, 5)}$$

$$\text{Eje X } (y = 0) \rightarrow x^3 - 6x^2 + 5 = 0$$

Para resolver esta ecuación de tercer grado hay que utilizar la regla de Ruffini.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 0 & 5 \\ 1 & & 1 & -5 & -5 \\ \hline & 1 & -5 & -5 & 0 \end{array}$$

Al factorizar el polinomio, se obtiene la ecuación: $(x - 1) \cdot (x^2 - 5x - 5) = 0$

$$\text{Igualo a cero cada factor. } x - 1 = 0 \longrightarrow x = 1 \quad \boxed{B = (1, 0)}$$

$$x^2 - 5x - 5 = 0 \longrightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} \longrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{45}}{2} \longrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5 + 3 \cdot \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{5 - 3 \cdot \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\boxed{C = \left(\frac{5 + 3 \cdot \sqrt{5}}{2}, 0 \right)} \quad \boxed{D = \left(\frac{5 - 3 \cdot \sqrt{5}}{2}, 0 \right)}$$

Problema 4

Dada la función: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$

b) Calcular razonadamente sus máximos y mínimos.

El dominio de la función es el conjunto de los números reales, por ser la función polinómica.

Se calcula la derivada de la función. $f'(x) = 3x^2 - 12x$

Se iguala a cero: $3x^2 - 12x = 0 \longrightarrow 3x \cdot (x - 4) = 0 \longrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{cases}$

Se calcula la segunda derivada, porque en esta ocasión voy a aplicar el criterio de la segunda derivada. $f''(x) = 6x - 12$

Sustituyo los valores obtenidos al igualar la primera derivada a cero.

$f''(0) = 6 \cdot 0 - 12 = -12 < 0 \longrightarrow$ En $x=0$, $f(x)$ presenta un máximo relativo.

$f''(4) = 6 \cdot 4 - 12 = 12 > 0 \longrightarrow$ En $x=4$, $f(x)$ presenta un mínimo relativo.

Calculamos las coordenadas que nos faltan.

$f(0) = 0^3 - 6 \cdot 0^2 + 5 = 5 \longrightarrow$ La función tiene un máximo relativo en **(0,5)**.

$f(4) = 4^3 - 6 \cdot 4^2 + 5 = -27 \longrightarrow$ La función tiene un mínimo relativo en **(4,-27)**.

Problema 5

Javier tiene un monedero con cuatro monedas de cinco céntimos, tres de veinte céntimos y dos de un euro. Saca una moneda al azar y a continuación extrae una segunda moneda, sin devolver la primera. Calcular razonadamente la probabilidad de que

- a) Las dos sean de cinco céntimos.
- b) Ninguna sea de un euro.
- c) Saque en total 1'20 €.



Teoría y ejercicios
de probabilidad.

Solución:

Debemos aplicar el principio de multiplicación y la regla de Laplace.

$$P(\text{Las dos sean de cinco céntimos}) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$$

La probabilidad de que las dos sean de cinco céntimos es **1/6**.

$$P(\text{Ninguna sea de un euro}) = \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{7}{12}$$

La probabilidad de que ninguna sea de un euro es **7/12**.

Para que saque 1'20 €, debe salir una moneda de un euro y otra de 20 céntimos.

$$P(\text{Saque un total de 1'20 €}) = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{6}$$

La probabilidad de que saque en total 1'20 € es **1/6**.