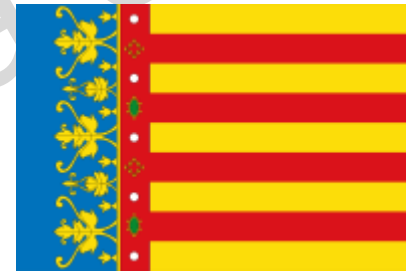


Pruebas de Acceso para mayores de 25 y 45 años



Matemáticas



COMUNIDAD VALENCIANA

Convocatoria 2018

Problema 1

- a) Obtener razonadamente el cociente de la división entre los polinomios $x^3 - 6x^2 + 4x + 1$ y $x - 1$ con la regla de Ruffini y sin la regla de Ruffini.
- b) Obtener razonadamente todas las soluciones de la ecuación $x^3 - 6x^2 + 4x + 1 = 0$

Solución:

En primer lugar, calculo el cociente utilizando la regla de Ruffini. Ahora hago la división clásica

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -6 & 4 & 1 \\ & & 1 & -5 & -1 \\ \hline & 1 & -5 & -1 & 0 \end{array}$$

El cociente es: $x^2 - 5x - 1$

$$\begin{array}{r} x^3 - 6x^2 + 4x + 1 \quad | \quad x - 1 \\ \underline{-x^3 + x^2} \\ -5x^2 + 4x \\ \underline{5x^2 - 5x} \\ -x + 1 \\ \underline{x - 1} \\ 0 \end{array}$$

El cociente es: $x^2 - 5x - 1$

De lo hecho anteriormente se puede factorizar el polinomio, y la ecuación queda:

$$(x^2 - 5x - 1) \cdot (x - 1) = 0 \quad \text{Igualo a cero cada factor.}$$

$$x - 1 = 0 \longrightarrow \boxed{x_1 = 1}$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0 \longrightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} \longrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2} \longrightarrow \boxed{\begin{cases} x_2 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \\ x_3 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \end{cases}}$$

Problema 2

Hallar razonadamente el área de un triángulo rectángulo tal que su hipotenusa mide 5 cm y uno de sus ángulos 30° .

Solución:

Se hace un esquema de la situación.

Aplicamos la definición del seno de un ángulo.

$$\operatorname{sen}(30^\circ) = \frac{y}{5} \longrightarrow y = 5 \cdot \operatorname{sen}(30^\circ) \longrightarrow y = 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

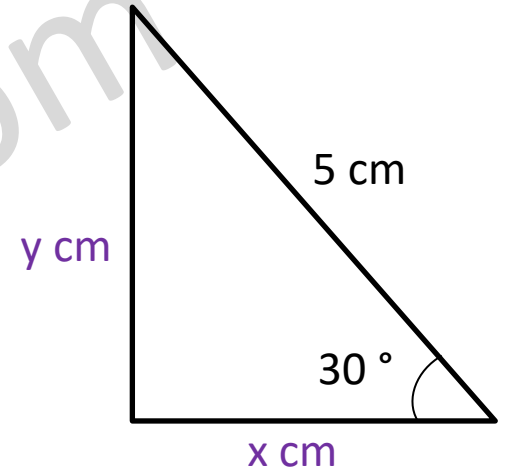
Aplicamos la definición del coseno de un ángulo.

$$\operatorname{cos}(30^\circ) = \frac{x}{5} \longrightarrow x = 5 \cdot \operatorname{cos}(30^\circ) \longrightarrow x = 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

El área del triángulo es:

$$A = \frac{x \cdot y}{2} = \frac{\frac{5}{2} \cdot \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{25 \cdot \sqrt{3}}{8}$$

El área del triángulo es: $A = \frac{25 \cdot \sqrt{3}}{8} \text{ cm}^2$



Problema 3

a) Calcular razonadamente

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x^2 + 5x + 10} = \frac{(-2)^2 - 4}{(-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-2) + 10} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{L'Hopital}} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x}{3x^2 + 4x + 5} = \frac{-4}{9}$$

b) Calcular razonadamente la derivada de la función $f(x) = \text{sen}^2(\cos 2x) - \text{Ln}(x^2 + 1)$

$$f'(x) = 2 \cdot \text{sen}(\cos 2x) \cdot \cos(\cos(2x)) \cdot (-\text{sen}(2x)) \cdot 2 - \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$f'(x) = -4 \cdot \text{sen}(\cos 2x) \cdot \cos(\cos(2x)) \cdot (\text{sen}(2x)) - \frac{2x}{x^2 + 1}$$

No se observa ninguna forma de simplificar la derivada, por lo que la dejaré así.

Problema 4

Calcular, de forma razonada, el área limitada por la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

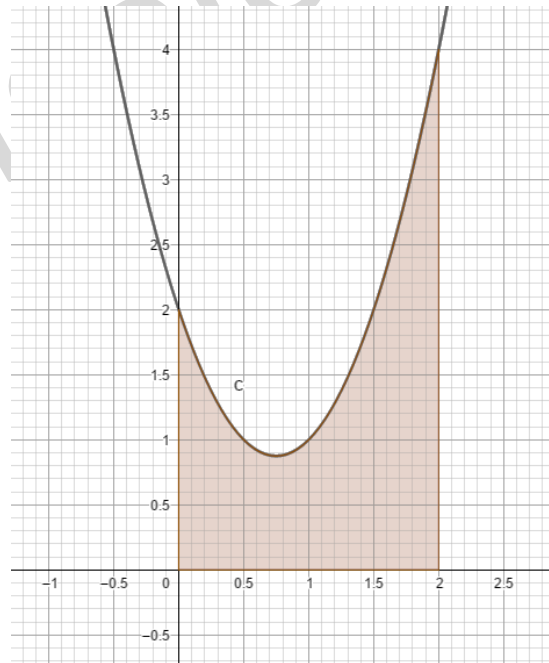
Solución:

La función es una parábola, debo calcular los puntos de corte con el eje X.

$$\text{Eje X (y = 0)} \rightarrow 2x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$2x^2 - 3x + 2 = 0 \longrightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} \longrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{-7}}{4} \longrightarrow f(x) \text{ no tiene punto de cortes con el eje X y siempre es positiva.}$$

Aunque no es necesario realizar la representación gráfica, es conveniente visualizarla para entender lo que estamos haciendo.



Problema 4

Calcular, de forma razonada, el área limitada por la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

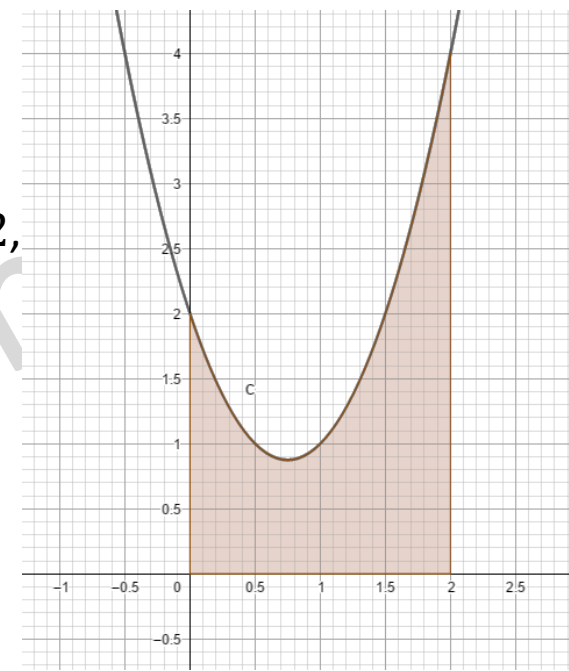
Solución:

$$A = \int_0^2 (2x^2 - 3x + 2)dx = \left[\frac{2x^3}{3} - 3 \cdot \frac{x^2}{2} + 2 \cdot x \right]_0^2$$

Aplico la regla de Barrow:

$$A = \left(\frac{2 \cdot 2^3}{3} - 3 \cdot \frac{2^2}{2} + 2 \cdot 2 \right) - \left(\frac{2 \cdot 0^3}{3} - 3 \cdot \frac{0^2}{2} + 2 \cdot 0 \right) = \left(\frac{16}{3} - 6 + 4 \right) - 0 = \frac{10}{3}$$

El área limitada por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$, es **$\frac{10}{3}$ unidades de área**.



Problema 5

Teoría y ejercicios de estadística.



Las calificaciones obtenidas por 5 alumnos han sido: 4; 6; 7; 7; 8

- a) Obtener razonadamente la media de esas calificaciones.
- b) Obtener razonadamente la desviación típica de esas calificaciones.

Solución:

La media aritmética se calcula mediante la fórmula: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} \longrightarrow \bar{x} = \frac{4 + 6 + 7 + 7 + 8}{5} = \frac{32}{5} = \boxed{6'4}$

La varianza se calcula mediante la fórmula: $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \longrightarrow \sigma^2 = \frac{4^2 + 6^2 + 7^2 + 7^2 + 8^2}{5} - 6'4^2 = 1'84$

La desviación típica es: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} \longrightarrow \sigma = \sqrt{1'84} \approx \boxed{1'36}$