

INSTRUCCIONES

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Debe elegir 3 de los 6 ejercicios propuestos.
 - c) Cada ejercicio se puntuará de 0 a 10. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.
 - d) Identifique claramente los ejercicios elegidos. Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente.
 - e) Puede usar calculadora (no programable) solo para las operaciones numéricas. No olvide que los procesos conducentes a la obtención de los resultados deben ser suficientemente justificados.



ÁNGEL CUESTA
Tu profesor en la red

SUSCRÍBETE

©Angel Cuesta Arza

Ejercicio 1.

a) **(5 puntos)** Resuelva la ecuación $(2x + 1)(2x - 1) - 3(2 - x) = 0$.

b) **(5 puntos)** Represente la gráfica de la función $f(x) = 2 - (x + 1)^2$.

Solución:

Se aplica la propiedad distributiva para quitar los paréntesis. Observa que la primera multiplicación es una **diferencia de cuadrados**.

$$4x^2 - 1 - 6 + 3x = 0$$

Se opera y se resuelve la ecuación de segundo grado. $4x^2 + 3x - 7 = 0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-7)}}{2 \cdot 4} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 112}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{8} = \frac{-3 \pm 11}{8} = \begin{cases} x_1 = \frac{-3 + 11}{8} = 1 \\ x_2 = \frac{-3 - 11}{8} = \frac{-14}{8} = \frac{-7}{4} \end{cases}$$

Las soluciones de la ecuación son: $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{-7}{4} \end{cases}$

© Angel Cuesta Arza

Ejercicio 1.

a) **(5 puntos)** Resuelva la ecuación $(2x + 1)(2x - 1) - 3(2 - x) = 0$.

b) **(5 puntos)** Represente la gráfica de la función $f(x) = 2 - (x + 1)^2$.

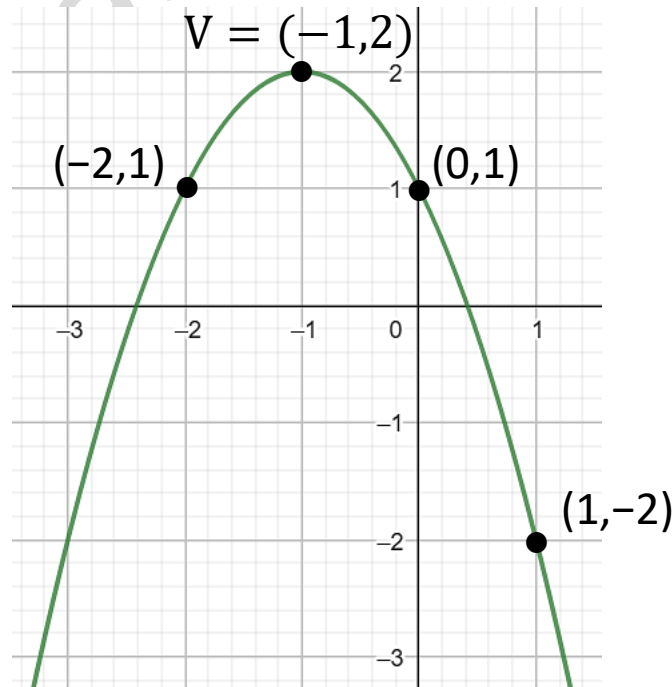


Funciones
cuadráticas.

Solución: Estamos ante una función cuadrática escrita en su forma canónica, $f(x) = a \cdot (x - p)^2 + q$

Por inspección de la expresión dada podemos concluir que su gráfica es una parábola invertida, cuyo vértice se encuentra situado en el punto $V = (-1, 2)$. Bastaría dar algunos valores para completar la representación gráfica.

x	y
0	1
1	-2
-2	1



Otra forma de hacer el ejercicio, aunque más larga, es desarrollar la identidad notable y hacer el proceso habitual cuando la expresión cuadrática está desarrollada.

Ejercicio 2.

El tiempo de vida de una determinada especie de mariposas, sigue una distribución Normal de media 11 meses y desviación 3 meses.

- a) **(3 puntos)** Calcule la probabilidad de que una mariposa de dicha especie, elegida al azar, tenga una vida superior a 12 meses.
- b) **(4 puntos)** Calcule el porcentaje de mariposas que vivirán entre 10 y 14 meses.
- c) **(3 puntos)** ¿Cuánto debe vivir una mariposa de esta especie para encontrarse entre el 23% de las que más tiempo viven?

Solución: Defino la variable normal con la media y la desviación típica.

$X \sim N(11, 3)$ X es el tiempo de vida de una especie de mariposa (en meses).

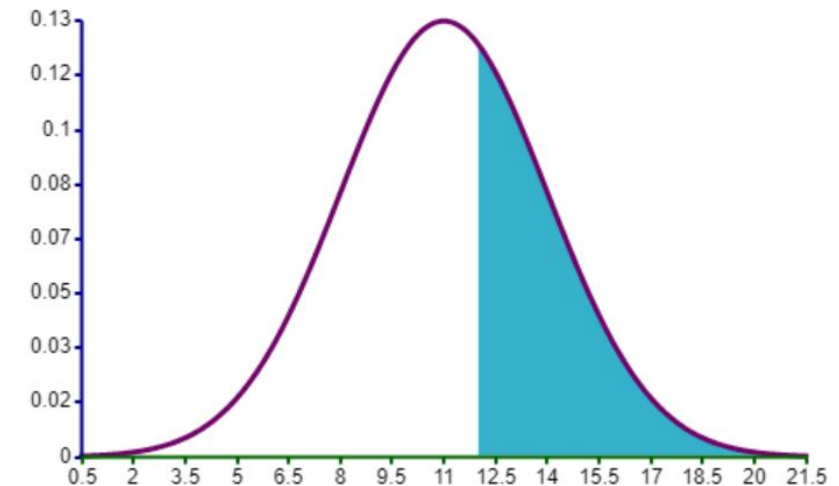
Calculo la probabilidad de que la vida de la mariposa sea superior a 12 meses

$$P(X > 12) = 1 - P(X < 12)$$

Se tipifica la distribución para poder utilizar la tabla y calcular las probabilidades.

$$1 - P(X < 12) = 1 - P\left(Z < \frac{12 - 11}{3}\right) = 1 - P(Z < 0,33)$$

Continúo los cálculos en la siguiente diapositiva.



Ejercicio 2.

El tiempo de vida de una determinada especie de mariposas, sigue una distribución Normal de media 11 meses y desviación 3 meses.

- a) **(3 puntos)** Calcule la probabilidad de que una mariposa de dicha especie, elegida al azar, tenga una vida superior a 12 meses.
- b) **(4 puntos)** Calcule el porcentaje de mariposas que vivirán entre 10 y 14 meses.
- c) **(3 puntos)** ¿Cuánto debe vivir una mariposa de esta especie para encontrarse entre el 23% de las que más tiempo viven?

$$P(X > 12) = 1 - P(Z < 0,33)$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517



Distribución
Normal

$$P(X > 12) = 1 - P(Z < 0,33) = 1 - 0,6293 = 0,3707$$

La probabilidad de que una mariposa elegida al azar viva más de 12 meses es **0,3707 (37,07%)**.

Ejercicio 2.

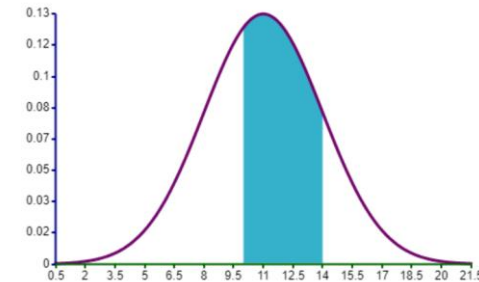
El tiempo de vida de una determinada especie de mariposas, sigue una distribución Normal de media 11 meses y desviación 3 meses.

- a) **(3 puntos)** Calcule la probabilidad de que una mariposa de dicha especie, elegida al azar, tenga una vida superior a 12 meses.
- b) **(4 puntos)** Calcule el porcentaje de mariposas que vivirán entre 10 y 14 meses.
- c) **(3 puntos)** ¿Cuánto debe vivir una mariposa de esta especie para encontrarse entre el 23% de las que más tiempo viven?

Calculo la probabilidad de que la mariposa viva entre 10 y 14 meses.

$$P(10 < X < 14) = P(X < 14) - P(X < 10)$$

Se tipifica la distribución para poder utilizar la tabla y calcular las probabilidades.



$$P(10 < X < 14) = P\left(Z < \frac{14 - 11}{3}\right) - P\left(Z < \frac{10 - 11}{3}\right) = P(Z < 1) - P\left(Z < -\frac{1}{3}\right) = P(Z < 1) - \left(1 - P\left(Z < \frac{1}{3}\right)\right)$$

$$P(10 < X < 14) = P(Z < 1) - 1 + P(Z < 0.33)$$

©Angel Cuesta Arza

Continúo los cálculos en la siguiente diapositiva.

Ejercicio 2.

El tiempo de vida de una determinada especie de mariposas, sigue una distribución Normal de media 11 meses y desviación 3 meses.

- a) (3 puntos) Calcule la probabilidad de que una mariposa de dicha especie, elegida al azar, tenga una vida superior a 12 meses.
- b) (4 puntos) Calcule el porcentaje de mariposas que vivirán entre 10 y 14 meses.
- c) (3 puntos) ¿Cuánto debe vivir una mariposa de esta especie para encontrarse entre el 23% de las que más tiempo viven?

$P(10 < X < 14) = P(Z < 1) - 1 + P(Z < 0,33)$ Del apartado a) recuerda que: $P(Z < 0,33) = 0,6293$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6701	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7122	0.7156	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7421	0.7453	0.7484	0.7515	0.7546
0.7	0.7577	0.7607	0.7637	0.7667	0.7696	0.7725	0.7754	0.7783	0.7811	0.7840
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830



Distribución Normal

$P(10 < X < 14) = 0,8413 - 1 + 0,6293 = 0,4706$

El porcentaje de mariposas que viven entre 10 y 14 meses es del 47,06%.

Ejercicio 2.

El tiempo de vida de una determinada especie de mariposas, sigue una distribución Normal de media 11 meses y desviación 3 meses.

- a) **(3 puntos)** Calcule la probabilidad de que una mariposa de dicha especie, elegida al azar, tenga una vida superior a 12 meses.
- b) **(4 puntos)** Calcule el porcentaje de mariposas que vivirán entre 10 y 14 meses.
- c) **(3 puntos)** ¿Cuánto debe vivir una mariposa de esta especie para encontrarse entre el 23% de las que más tiempo viven?

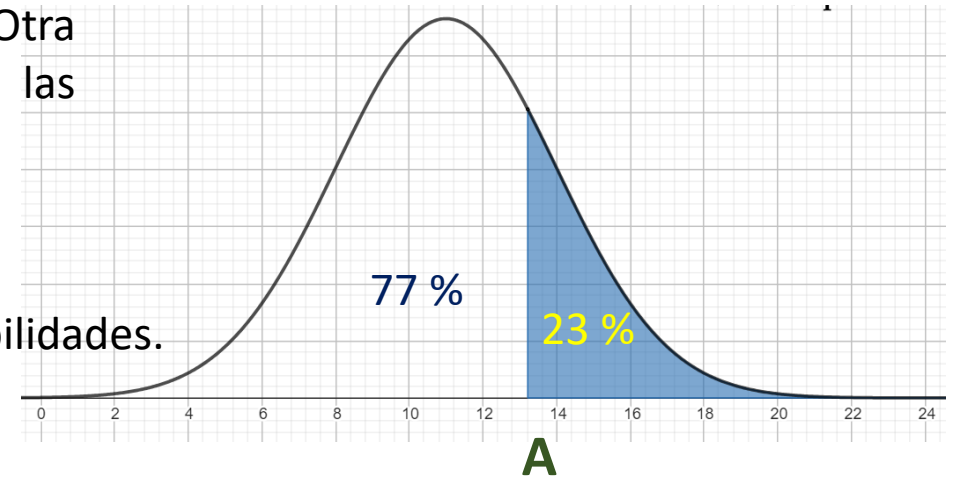
El valor que nos piden es el que superan el 23 % de las mariposas. Otra forma de enfocarlo es calcular la edad que NO superan el 77% de las mariposas. Es decir, el percentil 77.

$$P(X > A) = 0,23 \longrightarrow P(X < A) = 0,77$$

Se tipifica la distribución para poder utilizar la tabla y calcular las probabilidades.

$$P(X < A) = P\left(Z < \frac{A - 11}{3}\right) = 0,77$$

©Angel Cuesta Arza
Continúo con los cálculos en la siguiente diapositiva.



Ejercicio 2.

El tiempo de vida de una determinada especie de mariposas, sigue una distribución Normal de media 11 meses y desviación 3 meses.

- a) **(3 puntos)** Calcule la probabilidad de que una mariposa de dicha especie, elegida al azar, tenga una vida superior a 12 meses.
- b) **(4 puntos)** Calcule el porcentaje de mariposas que vivirán entre 10 y 14 meses.
- c) **(3 puntos)** ¿Cuánto debe vivir una mariposa de esta especie para encontrarse entre el 23% de las que más tiempo viven?

$$P(X < A) = P\left(Z < \frac{A - 11}{3}\right) = 0,77 \quad \text{Utilizo la tabla de la normal.}$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852

$$\frac{A - 11}{3} = 0,74 \rightarrow A - 11 = 2,22 \rightarrow A = 13,22$$

El 23% de las mariposas viven más de 13,22 meses (13 meses y 6,6 días)

Ejercicio 3.

- a) **(5 puntos)** Sean dos sucesos de un mismo espacio muestral, A y B, de los que se sabe que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ y $P(A \cup B) = 0.7$. ¿A y B son compatibles? ¿A y B son independientes? Razone las respuestas.
- b) **(5 puntos)** Un avión dispone de 32 asientos en clase A y de 50 asientos en clase B cuya venta supone un total de 14600€. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase A y 40 en clase B, obteniendo un total de 7000€. ¿Cuál es precio de un asiento en cada clase?

Solución: Para poder contestar ambas preguntas, se necesita calcular la probabilidad de la intersección de A y B.

Probabilidad de la unión de dos sucesos: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Despejando: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,4 + 0,5 - 0,7 = 0,2$

Dos sucesos son compatibles si $P(A \cap B) \neq 0$

Los sucesos A y B son compatibles.

Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \rightarrow 0,2 = 0,4 \cdot 0,5 \rightarrow 0,2 = 0,2$

©Angel Cuesta Arza

Los sucesos A y B son independientes.

Ejercicio 3.

- a) **(5 puntos)** Sean dos sucesos de un mismo espacio muestral, A y B, de los que se sabe que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ y $P(A \cup B) = 0.7$. ¿A y B son compatibles? ¿A y B son independientes? Razone las respuestas.
- b) **(5 puntos)** Un avión dispone de 32 asientos en clase A y de 50 asientos en clase B cuya venta supone un total de 14600€. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase A y 40 en clase B, obteniendo un total de 7000€. ¿Cuál es precio de un asiento en cada clase?

Solución: Las incógnitas son **x**=precio del asiento en clase A; **y**= precio del asiento en clase B.

*“Un avión dispone de 32 asientos en clase A”. **32x**; representa la venta de los asientos de clase A*

*“y de 50 asientos en clase B”. **50y**; representa la venta de los asientos de clase B*

“cuya venta supone un total de 14600 €”. $32x + 50y = 14600$

*“solo se han vendido 10 asientos en clase A”. **10x**; representa la venta de los asientos de clase A*

*“y 40 en clase B”. **40y**; representa la venta de los asientos de clase B*

“obteniendo un total de 7000 €”. $10x + 40y = 7000$

Quedando el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 32x + 50y = 14600 \\ 10x + 40y = 7000 \end{cases}$$

Lo resolveré, en la siguiente diapositiva.

Ejercicio 3.

- a) **(5 puntos)** Sean dos sucesos de un mismo espacio muestral, A y B, de los que se sabe que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ y $P(A \cup B) = 0.7$. ¿A y B son compatibles? ¿A y B son independientes? Razone las respuestas.
- b) **(5 puntos)** Un avión dispone de 32 asientos en clase A y de 50 asientos en clase B cuya venta supone un total de 14600€. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase A y 40 en clase B, obteniendo un total de 7000€. ¿Cuál es precio de un asiento en cada clase?

Simplifico antes de resolver:
$$\begin{cases} 32x + 50y = 14600 \\ 10x + 40y = 7000 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} :2 \\ :10 \end{matrix}} \begin{cases} 16x + 25y = 7300 \\ x + 4y = 700 \end{cases}$$

Resuelvo mediante el método de sustitución: $x = 700 - 4y$

$$16x + 25y = 7300 \longrightarrow 16 \cdot (700 - 4y) + 25y = 7300 \longrightarrow 11200 - 64y + 25y = 7300 \longrightarrow 3900 = 39y$$

$$y = \frac{3900}{39} = 100 \quad \text{Calculo } x: \quad x = 700 - 4 \cdot 100 = 300$$

©Angel Cuesta Arza

El precio de un asiento en clase A es 300 € y el precio de un asiento en clase B es 100 €.

Ejercicio 4.

- a) **(5 puntos)** Sean las funciones $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$, $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$. Obtenga la expresión de $f(g(x))$ y de $g(f(x))$.
- b) **(5 puntos)** Ana tiene un mueble con 10 cajones numerados del 1 al 10 y ordena sus cajones guardando n objetos en el cajón número n . Una vez ordenado el mueble, usando los 10 cajones, ¿cuántos objetos ha guardado Ana en total?

Solución:

Se obtiene en primer lugar la expresión g compuesta con f .

$$f(g(x)) = f\left(\sqrt{\frac{x-1}{x}}\right) = \frac{\left(\sqrt{\frac{x-1}{x}}\right)^2 + 1}{\left(\sqrt{\frac{x-1}{x}}\right)^2} = \frac{\frac{x-1}{x} + 1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{\frac{x-1+x}{x}}{\frac{x-1}{x}} = \frac{2x-1}{x-1}$$

$f(g(x)) = \frac{2x-1}{x-1}$

En segundo lugar, la expresión f compuesta con g .

$$g(f(x)) = g\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right) = \sqrt{\frac{\frac{x^2+1}{x^2} - 1}{\frac{x^2+1}{x^2}}} = \sqrt{\frac{\frac{x^2+1-x^2}{x^2}}{\frac{x^2+1}{x^2}}} = \sqrt{\frac{1}{x^2+1}}$$

$g(f(x)) = \sqrt{\frac{1}{x^2+1}}$

Ejercicio 4.

- a) **(5 puntos)** Sean las funciones $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$, $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$. Obtenga la expresión de $f(g(x))$ y de $g(f(x))$.
- b) **(5 puntos)** Ana tiene un mueble con 10 cajones numerados del 1 al 10 y ordena sus cajones guardando n objetos en el cajón número n . Una vez ordenado el mueble, usando los 10 cajones, ¿cuántos objetos ha guardado Ana en total?

Solución:

Ana ha guardado un total de 55 objetos en el mueble. Puedes calcularlo sumando los números del 1 al 10:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

Por lo tanto, **Ana ha guardado 55 objetos** en total distribuidos en los 10 cajones según su numeración.

Ejercicio 5.

- a) **(5 puntos)** Halle para qué valores de la constante a la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} - a & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + x - 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$ es continua y derivable en $x = -1$.
- b) **(5 puntos)** Efectúe y simplifique la operación $\left(3 + \frac{1}{x-1}\right)\left(1 - \frac{1}{3x-2}\right)$.

Solución: En primer se estudia la continuidad en el **punto de ruptura, $x=-1$** . En el resto de los valores de su dominio, la función es continua y derivable.

Calculo la imagen en $x=-1$; $f(-1) = \frac{2}{-1} - a = -2 - a$

Calculo el límite en $x=-1$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2}{x} - a = \frac{2}{-1} - a = -2 - a$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} x^2 + x - 1 = (-1)^2 + (-1) - 1 = -1$

Puesto que $f(x)$ es continua: $f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \longrightarrow -2 - a = -1 \longrightarrow a = -1$

©Angel Cuesta Arza

Puesto que $f(x)$ es continua en su dominio, estudio la derivabilidad de la función en $x=-1$ para el valor de a obtenido anteriormente. Se calculan las derivadas laterales. Calculo primero la del trozo que es un cociente.

Ejercicio 5.

a) **(5 puntos)** Halle para qué valores de la constante a la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} - a & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + x - 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$ es continua y derivable en $x = -1$.

b) **(5 puntos)** Efectúe y simplifique la operación $\left(3 + \frac{1}{x-1}\right)\left(1 - \frac{1}{3x-2}\right)$.

$$f'(x) = \frac{0 \cdot x - 2 \cdot 1}{x^2} = -\frac{2}{x^2} \quad f'(x) = 2x + 1$$

Ya podemos escribir $f'(x)$ y calculamos las derivadas laterales.

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x^2} & \text{si } x < -1 \\ 2x + 1 & \text{si } x > -1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} f'(-1^-) = -2 \\ f'(-1^+) = 2 \cdot (-1) + 1 = -1 \end{cases}$$

©Angel Cuesta Arza

Por lo tanto, $f(x)$ no es derivable en $x=-1$ para ningún valor de a , ya que. $f'(-1^-) \neq f'(-1^+)$

Para que $f(x)$ sea continua en $x=-1$, $a = -1$.

Pero $f(x)$ no será derivable en $x=-1$ para ningún valor de a .

Ejercicio 5.

- a) **(5 puntos)** Halle para qué valores de la constante a la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} - a & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + x - 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$ es continua y derivable en $x = -1$.
- b) **(5 puntos)** Efectúe y simplifique la operación $\left(3 + \frac{1}{x-1}\right)\left(1 - \frac{1}{3x-2}\right)$.

Solución: Se opera cada fracción del paréntesis por separado en primer lugar.

$$\left(3 + \frac{1}{x-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3x-2}\right) = \left(\frac{3 \cdot (x-1) + 1}{x-1}\right) \cdot \left(\frac{3x-2-1}{3x-2}\right) = \left(\frac{3x-3+1}{x-1}\right) \cdot \left(\frac{3x-3}{3x-2}\right) = \left(\frac{3x-2}{x-1}\right) \cdot \left(\frac{3x-3}{3x-2}\right)$$

$$\left(3 + \frac{1}{x-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3x-2}\right) = \left(\frac{(3x-2) \cdot (3x-3)}{(x-1) \cdot (3x-2)}\right) = \left(\frac{\cancel{(3x-2)} \cdot 3 \cdot \cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)} \cdot \cancel{(3x-2)}}\right) = 3$$

La expresión simplificada toma el **valor de 3**.

©Ángel Cuesta Arza

Ejercicio 6.

Una factoría necesita reemplazar urgentemente gran cantidad de sus máquinas porque están produciendo algunas piezas defectuosas. Realizando una revisión durante la pasada semana, se ha observado el número de piezas defectuosas que produce cada máquina: 22 de las máquinas de la factoría producen 1 sola pieza defectuosa cada una de ellas, 10 máquinas producen 2 piezas defectuosas, 8 máquinas generan 3 piezas defectuosas cada una, 10 máquinas 4 piezas defectuosas y no producen ninguna pieza defectuosa las 25 máquinas restantes.

- a) (5 puntos) Obtenga la tabla de frecuencias absolutas y relativas de la distribución del número de piezas defectuosas que se producen por máquina.
- b) (5 puntos) Calcule la media y la varianza del número de piezas defectuosas que han producido las máquinas.

Solución: Se agrupan los datos en la tabla pedida y se agrega una columna con la frecuencia relativa.

Número de piezas	Número de máquinas	Frecuencia relativa
0	25	$25/75 \approx 0,33$
1	22	$22/75 \approx 0,29$
2	10	$10/75 \approx 0,13$
3	8	$8/75 \approx 0,11$
4	10	$10/75 \approx 0,13$

TOTAL: 75



Estadística

Ejercicio 6.

Una factoría necesita reemplazar urgentemente gran cantidad de sus máquinas porque están produciendo algunas piezas defectuosas. Realizando una revisión durante la pasada semana, se ha observado el número de piezas defectuosas que produce cada máquina: 22 de las máquinas de la factoría producen 1 sola pieza defectuosa cada una de ellas, 10 máquinas producen 2 piezas defectuosas, 8 máquinas generan 3 piezas defectuosas cada una, 10 máquinas 4 piezas defectuosas y no producen ninguna pieza defectuosa las 25 máquinas restantes.

- a) (5 puntos) Obtenga la tabla de frecuencias absolutas y relativas de la distribución del número de piezas defectuosas que se producen por máquina.
- b) (5 puntos) Calcule la media y la varianza del número de piezas defectuosas que han producido las máquinas.

Solución: Se agregan las columnas correspondientes y se calculan la media y la varianza con las fórmulas correspondientes.

Número de piezas	Número de máquinas	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0	25	0	0
1	22	22	22
2	10	20	40
3	8	24	72
4	10	40	160
TOTAL: 75		106	294

b) (5 puntos) Calcule la media y la varianza del número de piezas defectuosas que han producido las máquinas.

Número de piezas	Número de máquinas	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0	25	0	0
1	22	22	22
2	10	20	40
3	8	24	72
4	10	40	160
TOTAL: 75		106	294



Estadística

Se aplican directamente las fórmulas: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{106}{75} \approx 1,41$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2 \longrightarrow \sigma^2 = \frac{294}{75} - 1,41^2 \approx 1,93$$

La media es de **1,41 piezas** y la varianza es **1,93 piezas** al cuadrado.