

Instrucciones: a) Duración: **1 hora y 30 minutos**.

b) Tienes que **elegir únicamente tres** de entre los seis ejercicios propuestos.

c) Cada ejercicio se puntuará **de 0 a 10 puntos**. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente.

e) No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

EJERCICIO 1

a) [5 puntos] Halla el centro y la ecuación de la circunferencia que pasa por $(5, -4)$ y es concéntrica a la circunferencia $2x^2 + 2y^2 - 4x + 4y = 6$

b) [5 puntos] Resuelve la ecuación $2^{-2x} - 2^{-x+1} = 8$, y comprueba el resultado.

EJERCICIO 2

a) [5 puntos] Determina los valores de x para que $\frac{3x+5}{x+3} \leq 1$, y representa gráficamente los valores obtenidos sobre la recta real.

b) [5 puntos] Calcula los lados de un triángulo isósceles, sabiendo que tiene $\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$ de área y uno de sus ángulos es 120° .

EJERCICIO 3

a) [5 puntos] Calcula la distancia entre las rectas $x + 2y - 5 = 0$ y $2x + 4y + 6 = 0$.

b) [5 puntos] Halla el valor de m y de n , sabiendo que el polinomio $p(x) = x^3 + mx^2 + 2x + n$ es divisible por $x - 1$ y que el resto de dividir $p(x)$ por $x - 2$ es -3 .

EJERCICIO 4

Se considera la función definida por $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$, para $x \neq 1$.

a) [5 puntos] Estudia y determina todas sus asíntotas.

b) [5 puntos] Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

EJERCICIO 5

a) [5 puntos] Sabiendo que $\log(a) = 2$, $\log(b) = \frac{1}{2}$ y $\log(c) = \frac{1}{4}$, halla $\log\left(\frac{a^2b}{c^4}\right) + \log(ab)$, donde $\log(x)$ representa al logaritmo decimal de x .

b) [5 puntos] Resuelve la ecuación $\sqrt{1 + \sqrt{x^2 - 1}} = x$, y comprueba las soluciones.

EJERCICIO 6

a) [5 puntos] Calcula $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 7} \left(\sqrt{n^2 + 5} - \sqrt{n^2 - 1} \right)$.

b) [5 puntos] Sabiendo que $\text{tg}(\alpha) = -\frac{4}{3}$ y α pertenece al segundo cuadrante, halla $\text{sen}(\alpha)$ y $\text{cos}(\alpha)$.