PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

MADRID

MATEMÁTICAS

MAYO 2021

ADVERTENCIA

- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Regla de 3 inversa. Estadística unidimensional.
Problema de sistemas de ecuaciones. 2 incógnitas.
Geometría. Rectas.
Ecuación exponencial. Ecuación irracional.
Probabilidad. Tabla de contingencia.

Ejercicio 1

Responda a las siguientes cuestiones de forma justificada:

a) Si una empresa tarda 10 días en realizar un pedido trabajando 6 horas diarias. ¿Cuántos días tardará en realizar el mismo pedido si trabaja 4 horas al día?

Solución:

El primer apartado se resuelve mediante una regla de 3.

Días	I	Horas diarias
10	—	6
x	—	4

A mayor número de horas diarias trabajadas, menor número de días tardará en realizar el pedido. Por ello la relación entre el número horas diarias trabajadas y el número de días que se tarde en realizar un pedido es **inversamente proporcional**.

Se plantea la ecuación de la regla de 3.

$$\frac{4}{6} = \frac{10}{\mathrm{x}} \longrightarrow x = \frac{10 \cdot 6}{4} \longrightarrow x = 15\ días$$

Si trabaja 4 horas al día tardará **15 días** en realizar el pedido.

Ejercicio 1

b) Se pregunta a un grupo de personas sobre el número de veces que han visitado la biblioteca en el último mes, obteniéndose los siguientes valores: 2, 5, 5, 5, 4, 6, 1, 4, 2. Calcule la media, la mediana y la moda de la distribución.

Solución:

Se ordenan los valores de menor a mayor para poder calcular la mediana, y de paso, organizar los datos.

1, 2, 2, 4, 4, 5, 5, 5, 6

Como el número de datos es impar, la mediana es el valor en la posición intermedia. En este caso es x_5. **Me=4**

La media se calcula sumando todos los datos y dividiendo entre el número total de datos.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{1+2+2+4+4+5+5+5+6}{8} = \mathbf{\frac{34}{9}} \approx \mathbf{3'78}$$

La moda es el valor que tiene mayor frecuencia (el que más se repite). **Mo=5**

El valor de la **media** es **34/9,** el valor de la **mediana** es **4** y el de la **moda**, **5**.

Ejercicio 2

En una empresa trabajan 1500 personas y todas ellas deben someterse a un proceso de vacunación a lo largo de tres semanas. Calcula el número de trabajadores vacunados en cada una de las semanas sabiendo que durante la primera semana se vacunó al mismo número de personas que durante la segunda semana. Y que durante la tercera semana se vacunó a la cuarta parte de las personas vacunadas durante las otras dos semanas anteriores juntas.

Solución:

En primer lugar se definen las incógnitas. x=nº de trabajadores vacunados la primera y la segunda semana.
y=nº de trabajadores vacunados la tercera semana

"En una empresa trabajan 1500 personas" $\longrightarrow x + x + y = 1500 \longrightarrow 2x + y = 1500$

"Durante la tercera semana se vacunó a la cuarta parte de las personas vacunadas durante las otras dos semanas anteriores juntas." $\longrightarrow y = \dfrac{x+x}{4} \longrightarrow 2x - 4y = 0$

Calculo y por el método de reducción:

$$- \begin{cases} 2x + y = 1500 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$5y = 1500 \longrightarrow y = 300$$

Calculo x sustituyendo, y, en la primera ecuación.

$$2x + 300 = 1500 \longrightarrow x = 600$$

Durante la primera semana se vacunarán **600 trabajadores**, durante la segunda otros **600** y en la tercera se vacunarán **300**.

Ejercicio 3

Dados los puntos A(−1,4) y B(0,3):

a) Calcule la pendiente de la recta que pasa por A y B.

b) Halle la ecuación punto pendiente de la recta que pasa por dichos puntos.

c) Halle la ecuación de una recta paralela al eje OX pasando por A.

d) Calcule la distancia entre A y B.

Solución:

Se calcula la pendiente a partir de su fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \longrightarrow m = \frac{3-4}{0-(-1)} = \frac{-1}{1} = -1$$

La pendiente de la recta es −1.

Calculo la ecuación de la recta utilizando la ecuación punto-pendiente. $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$

$\boxed{y - 3 = -1 \cdot (x - 0)}$ Ecuación punto pendiente de la recta $\longrightarrow$ $x + y - 3 = 0$ Ecuación general de la recta

Una recta paralela al eje OX es una línea horizontal, es decir, que tiene pendiente 0.

$$y - 4 = 0 \cdot (x - (-1)) \longrightarrow y = 4$$

La ecuación de la recta pedida es: **y=4**

Ejercicio 3

Dados los puntos A(−1,4) y B(0,3):

d) Calcule la distancia entre A y B.

Solución**:**

La distancia entre dos puntos se calcula como el módulo del vector que definen.

Calculo el vector: $\overrightarrow{AB} = B - A = (0,3) - (-1,4) = (1,-1)$

Y su módulo: $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$

$\boxed{\text{La distancia entre los puntos A y B es } \sqrt{2} \text{ unidades.}}$

Ejercicio 4

Resuelva las siguientes ecuaciones: $a)\ 2^{x+1}+4^x=24$ $b)\ \sqrt{x+5}+2=x+1$

La primera ecuación es exponencial. Lo que debemos hacer, es escribir todos los términos en base 2.

$$2^{x+1}+4^x=24 \longrightarrow 2^{x+1}+((2)^2)^x=24 \longrightarrow 2^{x+1}+2^{2x}=24 \longrightarrow 2\cdot 2^x+2^{2x}=24$$

Para resolver, haré un cambio de variable: $t=2^x;\ t^2=2^{2x} \longrightarrow 2t+t^2=24 \longrightarrow t^2+2t-24=0$

Y se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$t=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 1\cdot(-24)}}{2\cdot 1} \longrightarrow t=\frac{-2\pm\sqrt{100}}{2} \longrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{t_1}=\dfrac{-2+10}{2}=\boldsymbol{4} \\ \boldsymbol{t_2}=\dfrac{-2-10}{2}=\boldsymbol{-6} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{t_1}=2^{x_1}=\boldsymbol{4} \\ \boldsymbol{t_2}=2^{x_2}=\boldsymbol{-6} \end{cases}$$

Y se deshace el cambio de variable.

$2^{x_1}=\boldsymbol{4} \longrightarrow 2^{x_1}=2^2 \longrightarrow x_1=2$

$2^{x_2}=\boldsymbol{-6} \longrightarrow x_2=Log_2(-6)$ No existe un valor negativo del logaritmo.

La solución de la ecuación es: $\boldsymbol{x_1=2}$

Ejercicio 4

Resuelva las siguientes ecuaciones: $a)\ 2^{x+1}+4^x=24$ $b)\ \sqrt{x+5}+2=x+1$

Debemos resolver esta ecuación irracional. Para ello debemos aislar en primer lugar la raíz cuadrada.

$$\sqrt{x+5}=x-1 \longrightarrow \cancel{\left(\sqrt{x+5}\right)^2}=(x-1)^2 \longrightarrow x+5=x^2-2x+1$$

A continuación se debe elevar al cuadrado a un lado y a otro de la igualdad.

Simplifico la raíz cuadrada con el exponente al cuadrado.

Y desarrollo el producto notable. ¡¡¡RECUERDA!!!. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$$x+5=x^2-2x+1 \longrightarrow 0=x^2-3x-4 \longrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9+16}}{2} \longrightarrow x=\frac{3\pm 5}{2} \longrightarrow \begin{cases} x_1=4 \\ x_2=-1 \end{cases}$$

¿Hemos terminado?...... NOOOOO

Debemos comprobar si las soluciones obtenidas son válidas.

Ejercicio 4

Debemos comprobar si las soluciones obtenidas son válidas.

Para ello debemos sustituir las soluciones obtenidas, en la ecuación original y ver si se verifica la igualdad.

$\sqrt{x+5}+2=x+1$

Para $x_1=4$:

$\sqrt{x+5}+2=x+1 \longrightarrow \sqrt{4+5}+2=4+1 \longrightarrow 5=5$

$x_1=1$ Es una solución válida.

Para $x_2=-1$:

$\sqrt{x+5}+2=x+1 \longrightarrow \sqrt{-1+5}+2=-1+1 \longrightarrow 4\neq 0$

$x_2=-1$ No es una solución válida.

La solución de la ecuación es: x=4

Ejercicio 5

Se ha realizado una encuesta a un grupo de 450 estudiantes universitarios respecto a si piensan realizar un máster cuando finalicen sus estudios de grado. Un total de 125 han manifestado su deseo de seguir estudiando. 245 de los encuestados eran hombres y de entre los que quieren realizar el máster, 72 eran mujeres. Si se elige al azar un estudiante universitario:

a) Complete la siguiente tabla de contingencia con los datos anteriores.

	Hombre	Mujer	TOTAL
Máster	**53**	72	125
No máster	**192**	**133**	**325**
TOTAL	245	**205**	450

Para calcular las probabilidades se debe utilizar la regla de Laplace.

$$P = \frac{Nº\ de\ casos\ favorables}{Nº\ de\ casos\ totales}$$

Calcule la probabilidad de:

b) Calcule la probabilidad de que no tenga intención de realizar un máster.

$$P(No\ Máster) = \frac{325}{450} = \mathbf{\frac{13}{18}}$$

c) Calcule la probabilidad de que sea hombre y quiera realizar un máster.

$$P(Hombre\ y\ Máster) = \frac{53}{450}$$

Ejercicio 5

Se ha realizado una encuesta a un grupo de 450 estudiantes universitarios respecto a si piensan realizar un máster cuando finalicen sus estudios de grado. Un total de 125 han manifestado su deseo de seguir estudiando. 245 de los encuestados eran hombres y de entre los que quieren realizar el máster, 72 eran mujeres. Si se elige al azar un estudiante universitario:

	Hombre	Mujer	TOTAL
Máster	53	72	125
No máster	192	133	325
TOTAL	245	205	450

d) Calcule la probabilidad de que quiera realizar un máster sabiendo que es mujer.

$$\boxed{P(Máster/Mujer) = \frac{72}{205}}$$

e) ¿Son los sucesos ser varón y querer realizar un máster sucesos independientes? Razone su respuesta.

Serán independientes si: $P(Hombre\ y\ Máster) = P(Hombre) \cdot P(Máster)$

$$\frac{53}{450} \neq \frac{245}{450} \cdot \frac{125}{450} \longrightarrow \boxed{\text{Los sucesos no son independientes.}}$$