

PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR



MADRID



MATEMÁTICAS

JUNIO 2020



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

www.angelcuesta.com



Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Función exponencial. Problema.

Probabilidad. Tabla de contingencia.

Problema. Sistemas de ecuaciones con 2 incógnitas.

Polinomios. Factorización. Simplificar una fracción algebraica.

Geometría. Rectas.



Ejercicio 1

Se ha calculado que al variar la altura respecto del nivel del mar, la presión viene dada por la función $P(x)=0'9^x$ siendo x la altura en km y $P(x)$ la presión atmosférica medida en atmósferas.

- Calcule la presión atmosférica a nivel del mar ($x=0$).
- Calcule la presión atmosférica a 3500 metros de altura sobre el nivel del mar (aproxime el resultado a dos decimales).
- Calcule la altitud a la que deberemos ascender para que la presión atmosférica sea de 0'729 atmósferas.

Solución:

Basta con sustituir en la función $x=0$. $P(0) = 0'9^0 = 1$

La presión atmosférica será de **1 atmósfera**.

Puesto que 3500 m=3'5 km, se sustituye por $x=3'5$. $P(3'5) = 0'9^{3'5} = 0'69$

La presión atmosférica será de **0'69 atmósferas**.

Basta con sustituir en la función $P(x)=0'729$. $0'729 = 0'9^x$

Se despeja x , tomando logaritmos a ambos lados de la ecuación.

$$\text{Log}(0'729) = \text{Log}(0'9^x) \longrightarrow \text{Log}(0'729) = x \cdot \text{Log}(0'9) \longrightarrow x = \frac{\text{Log}(0'729)}{\text{Log}(0'9)} = 3$$

Deberemos ascender a **3 km de altura** para que la presión sea de 0'729 atmósferas.

Ejercicio 2

En un grupo de 24 alumnos se realiza una encuesta sobre sus gustos deportivos, recogiendo los siguientes datos: A 8 de los 10 chicos encuestados les gusta el tenis, mientras que a 7 chicas no les gusta este deporte. Se elige un alumno al azar.

a) Complete la siguiente tabla de contingencia con la información anterior.

	Chico	Chica	TOTAL
Tenis	8	7	15
No tenis	2	7	9
TOTAL	10	14	24

Calcule la probabilidad de:

b) Que le guste el tenis.

c) Que sea chico y le guste el tenis.

d) Que no le guste el tenis sabiendo que es chica.

e) Razone si son independientes o no los sucesos ser chico y gustarle el tenis.

Para calcular las probabilidades se debe utilizar la regla de Laplace.

$$P = \frac{N^{\circ} \text{ de casos favorables}}{N^{\circ} \text{ de casos totales}}$$

$$P(\text{Tenis}) = \frac{15}{24}$$

$$P(\text{Chico y Tenis}) = \frac{8}{24}$$

$$P(\text{No tenis/Chica}) = \frac{7}{14}$$

Serán independientes si: $P(\text{Chico y Tenis}) = P(\text{Chico}) \cdot P(\text{Tenis})$

$$\frac{8}{24} \neq \frac{10}{24} \cdot \frac{15}{24}$$

Los sucesos no son independientes.

Ejercicio 3

Un comerciante compra 50 kg de harina y 80 kg de arroz por los que debe abonar 300 €. Si consigue un descuento del 20% en el precio de la harina y un 15% de descuento en el precio del arroz tan solo tendrá que pagar 250 €. Calcule los precios por kg de cada uno de los productos antes de la rebaja.

Solución:

En primer lugar se definen las incógnitas. x =precio del kg de harina y =precio del kg de arroz.

“Un comerciante compra 50 kg de harina y 80 kg de arroz por los que debe abonar 300 €”

$$\longrightarrow 50x + 80y = 300$$

“Si consigue un descuento del 20% en el precio de la harina y un 15% de descuento en el precio del arroz tan solo tendrá que pagar 250 €.”

$$\longrightarrow 0'8 \cdot 50x + 0'85 \cdot 80y = 250$$

Opero la segunda ecuación y deajo el sistema planteado.

$$\begin{cases} 50x + 80y = 300 & \xrightarrow{\times 4} & \begin{cases} 200x + 320y = 1200 \\ 200x + 340y = 1250 \end{cases} \\ 40x + 68y = 250 & \xrightarrow{\times 5} \end{cases}$$

Calculo y por el método de reducción: Calculo x sustituyendo en la primera ecuación.

$$\begin{array}{l} \text{—} \begin{cases} 200x + 320y = 1200 \\ 200x + 340y = 1250 \end{cases} \\ \hline -20y = -50 \longrightarrow y = 2'5 \end{array}$$
$$50x + 80 \cdot 2'5 = 300 \longrightarrow x = 2$$

El precio del kilo de harina será de 2 € y el del arroz de 2'5 €.

Ejercicio 4

Dados los polinomios: $P(x) = x^3 - x^2 - 2x$ $Q(x) = 2x^3 + 5x^2 + 3x$

a) Calcule el valor numérico en $x=-1$ para ambos polinomios.

$$P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 2 \cdot (-1) = -1 - 1 + 2 = 0$$

$$Q(-1) = 2 \cdot (-1)^3 + 5 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) = -2 + 5 - 3 = 0$$

En ambos casos su valor es 0, lo cual significa que $x=-1$ es raíz de ambos polinomios.

b) Calcule sus raíces y factorice ambos polinomios.

En primer lugar extraigo factor común. $P(x) = x^3 - x^2 - 2x = x \cdot (x^2 - x - 2)$

$$Q(x) = 2x^3 + 5x^2 + 3x = x \cdot (2x^2 + 5x + 3)$$

Factorizo los polinomios de segundo grado. Para ello calculo sus raíces mediante una ecuación de segundo grado.

$$x^2 - x - 2 = 0 \quad x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} \longrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} \longrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+3}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{1-3}{2} = -1 \end{cases}$$

$$2x^2 + 5x + 3 = 0 \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} \longrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{4} \longrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5+1}{4} = -1 \\ x_2 = \frac{-5-1}{4} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Ejercicio 4

Dados los polinomios: $P(x) = x^3 - x^2 - 2x$ $Q(x) = 2x^3 + 5x^2 + 3x$

b) Calcule sus raíces y factorice ambos polinomios.

$$P(x) = x^3 - x^2 - 2x = x \cdot (x^2 - x - 2)$$

$$Q(x) = 2x^3 + 5x^2 + 3x = x \cdot (2x^2 + 5x + 3)$$

Las raíces de $P(x)$ son $x=0$, $x=-1$ y $x=2$.

Las raíces de $Q(x)$ son $x=0$, $x=-1$ y $x=-3/2$.

Ahora factorizo los polinomios.

$$P(x) = x \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)$$

$$Q(x) = 2 \cdot x \cdot (x + 1) \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right) = x \cdot (x + 1) \cdot (2x + 3)$$

c) Simplifique la fracción algebraica.

$$\frac{x^3 - x^2 - 2x}{x^3 + 5x^2 + 3x}$$

$$\frac{x^3 - x^2 - 2x}{x^3 + 5x^2 + 3x} = \frac{\cancel{x} \cdot \cancel{(x+1)} \cdot (x-2)}{\cancel{x} \cdot \cancel{(x+1)} \cdot (2x+3)} = \frac{(x-2)}{(2x+3)}$$

Ejercicio 5

Dados los puntos A(1,5) y B(-1,3):

- Calcule la pendiente de la recta que pasa por A y B.
- Halle la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos.
- Calcule la ecuación que pase por C(0,2) y sea paralela a la recta $2x+4y-1=0$

Solución:

Se calcula la pendiente a partir de su fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \longrightarrow m = \frac{3 - 5}{-1 - 1} = \frac{-2}{-2} = 1$$

La pendiente de la recta es 1.

Calculo la ecuación de la recta utilizando la ecuación punto-pendiente. $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$

$$y - 5 = 1 \cdot (x - 1) \longrightarrow y = x + 4$$

Ecuación explícita de la recta

Una recta paralela a la dada sería $2x+4y+D=0$.

Para calcular D, se sustituyen las coordenadas de C en la ecuación.

$$2 \cdot 0 + 4 \cdot 2 + D = 0 \longrightarrow D = -8$$

La ecuación de la recta pedida es: **$2x+4y-8=0$**