PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

MADRID

MATEMÁTICAS

JUNIO 2019

ADVERTENCIA

- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Función cuadrática. Problema.
Probabilidad. Tabla de contingencia.
Función logarítmica. Dominio y puntos de corte con los ejes.
Problema de sistemas de ecuaciones. 3 incógnitas.
Función lineal.

Ejercicio 1

La función que muestra los beneficios/pérdidas obtenidos por la venta de un determinado producto de ocio vacacional viene dada por $f(q)=-q^2+500q-40000$, siendo q=número de unidades vendidas.

a) Halle el beneficio que se obtendría con la venta de 300 unidades.

b) Calcule el beneficio máximo y el número de unidades que sería necesario vender para alcanzar dicho beneficio máximo.

c) Calcule el intervalo (q_1,q_2) en el que podemos garantizar que se obtendrán beneficios en la venta del producto.

Solución:

Basta con sustituir en la función q=300. $f(300)=-300^2+500\cdot 300-40000=20000$

El beneficio obtenido será de **20000 €**.

El beneficio máximo está en el vértice de la función. El vértice se calcula con la fórmula: $v_q=\dfrac{-b}{2a}$ Siendo: a=−1; b=500

$$v_q=\frac{-500}{2\cdot(-1)}=250$$

El valor del beneficio se obtiene sustituyendo en la función:

$$f(250)=-250^2+500\cdot 250-40000=22500$$

Se deberán fabricar **250 unidades** para obtener un beneficio máximo de **22500 €**.

Ejercicio 1

c) Calcule el intervalo (q_1,q_2) en el que podemos garantizar que se obtendrán beneficios en la venta del producto.

Solución:

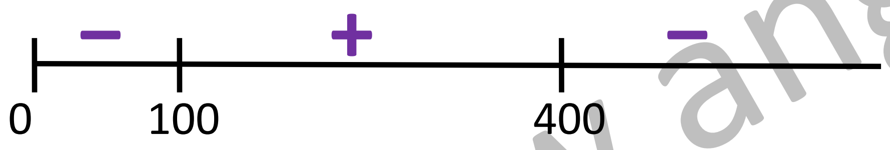
Se obtendrán beneficios cuando f(q)>0. $-q^2 + 500 \cdot q - 40000 > 0$

Para resolver esta inecuación, hay que resolver en primer lugar la ecuación de segundo grado.

$$-q^2 + 500 \cdot q - 40000 = 0$$

$$\text{q} = \frac{-500 \pm \sqrt{500^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-40000)}}{2 \cdot (-1)} \longrightarrow \text{q} = \frac{-500 \pm \sqrt{90000}}{-2} \longrightarrow \begin{cases} q_1 = \dfrac{-500+300}{-2} = 100 \\ q_2 = \dfrac{-500-300}{-2} = 400 \end{cases}$$

Se hace un estudio de signos de la función, para ver cuando la función es positiva y cuando es negativa.



$$f(50) = -50^2 + 500 \cdot 50 - 40000 = -17500 < 0$$

$$f(250) = -250^2 + 500 \cdot 250 - 40000 = 22500 > 0$$

$$f(500) = -500^2 + 500 \cdot 500 - 40000 = -40000 < 0$$

Se deberán fabricar entre **100 y 400 unidades** para obtener un beneficio positivo. El intervalo es (100,400)

Ejercicio 2

Se ha realizado una encuesta a 350 estudiantes universitarios sobre sus preferencias respecto a elegir la playa o la montaña como lugar de veraneo. Del total de los encuestados, 195 eran varones, 185 han preferido la montaña, de entre los cuales, 92 eran mujeres.

a) Complete la siguiente tabla de contingencia con la información anterior.

	Mujer	Varón	Totales
Playa	63	102	165
Montaña	92	93	185
Totales	155	195	350

Si se elige un encuestado al azar, calcule la probabilidad de:

b) Que sea mujer.

c) Que prefiera la playa.

d) Que sea varón y prefiera la montaña.

e) Que prefiera la playa sabiendo que es mujer.

Para calcular las probabilidades se debe utilizar la regla de Laplace.

$$P = \frac{N^{\text{o}}\ de\ casos\ favorables}{N^{\text{o}}\ de\ casos\ totales}$$

$$P(Mujer) = \frac{155}{350}$$

$$P(Playa) = \frac{165}{350}$$

$$P(Varón\ y\ Montaña) = \frac{93}{350}$$

$$P(Playa/Mujer) = \frac{63}{155}$$

Ejercicio 3

Dada la función f(x)=Ln (x−2)

a) Calcule su dominio de definición.

b) Calcule sus cortes con los ejes.

Solución:

El dominio de la función logaritmo neperiano es el conjunto de valores de x tales que el valor de la expresión en el interior de logaritmo sea mayor que cero.

$x-2>0 \longrightarrow x>2$ $\boxed{Dom\, f(x)=\{x/x\in(2,+\infty)\}}$

Para calcular los puntos de corte:

Eje X (y=0): $Ln(x-2)=0 \longrightarrow x-2=1 \longrightarrow x=3$ El punto de corte con el eje X es (3,0).

Eje Y (x=0): $Ln(0-2)=\nexists$ No hay puntos de corte con el eje Y.

Ejercicio 4

Entre peras, manzanas y naranjas, Mario ha comprado hoy 10 kg de fruta y se ha gastado 19 €. Sabemos que 1 kg peras cuesta 2'5€, que 1 kg de manzanas cuesta 2€ y que 1 kg de naranjas cuesta 1'5€. Si sumamos el número de kg de peras y el de manzanas obtenemos el número de kg de naranjas.

a) Plantee un sistema lineal de ecuaciones para hallar la cantidad de kg comprados por Mario de cada tipo de fruta.

b) Calcule el número de kg de cada tipo de fruta.

Solución: En primer lugar se definen las incógnitas. x=kg de peras y=kg de manzanas y z=kg de naranjas.

"Mario ha comprado hoy 10 kg de fruta" $\longrightarrow x+y+z=10$

"se ha gastado 19 €" $\longrightarrow 2'5x+2y+1'5z=19$

"Si sumamos el número de kg de peras y el de manzanas obtenemos el número de kg de naranjas" $\longrightarrow x+y=z$

Reorganizo la tercera ecuación para resolver el sistema por el método de Gauss.

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ 2'5x+2y+1'5z=19 \\ x+y-z=0 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} x+y+z=10 \\ 5x+4y+3z=38 \\ x+y-z=0 \end{cases} \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 5 & 4 & 3 & 38 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3=F_3-F_1]{F_2=F_2-5F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & -2 & -10 \end{array}\right)$$

Una vez escalonada la matriz, ya podemos volver a escribir el sistema de ecuaciones y resolver el problema.

Ejercicio 4

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -1 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & -2 & -10 \end{array}\right) \longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 10 \longrightarrow x + 2 + 5 = 10 \longrightarrow x = 3 \\ -y - 2z = -12 \longrightarrow -y - 2 \cdot 5 = -12 \longrightarrow y = 2 \\ -2z = -10 \longrightarrow z = 5 \end{cases}$$

Solución: Mario compró 3 kg de peras, 2 kg de manzanas y 5 kg de naranjas.

Ejercicio 5

Dados los puntos A(2,−3) y B(−1,4):

a) Halle la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos.

b) Calcule la pendiente de la recta que pasa por A y B.

c) Calcule la ecuación que pase por B(−1,4) y sea paralela a la recta 2x+6y−1=0

Solución:

En primer lugar resolveré el apartado b), ya que necesito calcular la pendiente de la recta para poder hallar su ecuación.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \longrightarrow m = \frac{4-(-3)}{-1-2} = \frac{7}{-3} = -\frac{7}{3}$$

La pendiente de la recta es −7/3.

Calculo la ecuación de la recta utilizando la ecuación punto-pendiente. $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$

$$y-(-3) = -\frac{7}{3}\cdot(x-2) \longrightarrow y+3 = -\frac{7}{3}x + \frac{14}{3} \xrightarrow{\times 3} 3y+9 = -7x+14 \longrightarrow \boxed{7x+3y-5=0}$$

Ecuación general de la recta

Una recta paralela a la dada sería 2x+6y+C=0. Para calcular C, se sustituyen las coordenadas de B en la ecuación.

$$2\cdot(-1)+6\cdot 4 + C = 0 \longrightarrow C = -22$$

La ecuación de la recta pedida es: **2x+6y−22=0**