

PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR



MADRID



MATEMÁTICAS

JUNIO 2018



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Función lineal.

Problema de sistemas de ecuaciones. 3 incógnitas.

Probabilidad. Diagrama de árbol.

Dominio de una función racional.

Función exponencial.



Ejercicio 1

Consideramos la recta r que pasa por los puntos $A(1,3)$ y $B(-1,5)$

a) Calcule su pendiente.

b) Halle la ecuación de dicha recta.

c) Estudie razonadamente la posición relativa de la siguiente pareja de rectas:

$r_1: x+y-5=0$ y $r_2: -x+y-3=0$. En el caso de que sean secantes, calcule su punto de corte.

Solución:

En primer calculo la pendiente utilizando la fórmula correspondiente.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \longrightarrow m = \frac{5 - 3}{-1 - 1} = \frac{2}{-2} = -1$$

La pendiente de la recta es -1 .

Calculo la ecuación de la recta utilizando la ecuación punto-pendiente. $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$

$$y - 3 = -1 \cdot (x - 1) \longrightarrow y - 3 = -x + 1 \longrightarrow x + y - 4 = 0$$

Ecuación general de la recta

Ejercicio 1

c) Estudie razonadamente la posición relativa de la siguiente pareja de rectas:

$r_1: x+y-5=0$ y $r_2: -x+y-3=0$. En el caso de que sean secantes, calcule su punto de corte.

Para comprobar la posición relativa de las rectas, comparo los coeficientes A, B y C.

$$\left. \begin{array}{l} r_1: x+y-5=0 \quad A=1, B=1, C=-5 \\ r_2: -x+y-3=0 \quad A'=-1, B'=1, C'=-3 \end{array} \right\} \longrightarrow \text{comparo } \frac{A}{A'} \text{ y } \frac{B}{B'} \longrightarrow \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{1} \quad \boxed{\text{Por ello las rectas son secantes.}}$$

Para calcular el punto de corte, se resuelve el sistema de ecuaciones formado por las dos rectas.

En este caso, utilizaré el método de reducción:

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x + y = 5 \\ -x + y = 3 \end{array} \right. \\ \hline 2y = 8 \longrightarrow y = 4 \end{array} \quad - \quad \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x + y = 5 \\ -x + y = 3 \end{array} \right. \\ \hline 2x = 2 \longrightarrow x = 1 \end{array}$$

El punto de corte es el (1,4).

Ejercicio 2

Un comerciante vende quesos de tres tipos: curado, semicurado y tierno. Los precios de cada uno de ellos son: 12 €/kg, 10 €/kg y 9 €/kg respectivamente. Halle el número de kg vendidos de cada tipo sabiendo que se han vendido 21 kg en total, que el número de kg de queso semicurado es el doble que el número de kg de queso curado y que el importe total de la venta son 214€.

Solución: En primer lugar se definen las incógnitas. x =kg de curado y =kg de semicurado y z =kg de tierno.

$$\left. \begin{array}{l} \text{"se han vendido 21 kg en total"} \longrightarrow x + y + z = 21 \\ \text{"el importe total de la venta son 214€"} \longrightarrow 12x + 10y + 9z = 214 \\ \text{"el número de kg de queso semicurado es el doble que el"} \\ \text{número de kg de queso curado"} \longrightarrow y = 2x \end{array} \right\}$$

Reorganizo la tercera ecuación para resolver el sistema por el método de Gauss.

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 21 \\ 12x + 10y + 9z = 214 \\ -2x + y = 0 \end{array} \right. \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 21 \\ 12 & 10 & 9 & 214 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{F_2 = F_2 - 12F_1 \\ F_3 = F_3 + 2F_1}]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 21 \\ 0 & -2 & -3 & -38 \\ 0 & 3 & 2 & 42 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 = 2F_3 + 3F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 21 \\ 0 & -2 & -3 & -38 \\ 0 & 0 & -5 & -30 \end{array} \right)$$

Una vez escalonada la matriz, ya podemos volver a escribir el sistema de ecuaciones y resolver el problema.

Ejercicio 2

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 21 \\ 0 & -2 & -3 & -38 \\ 0 & 0 & -5 & -30 \end{array}\right) \longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 21 & \longrightarrow x + 10 + 6 = 21 & \longrightarrow x = 5 \\ -2y - 3z = -38 & \longrightarrow -2y - 3 \cdot 6 = -38 & \longrightarrow y = 10 \\ -5z = -30 & \longrightarrow z = 6 \end{cases}$$

Solución: El comerciante vendió 5 kg de queso curado, 10 kg de queso semicurado y 6 kg de queso tierno.

Ejercicio 3

De una bolsa que contiene 10 bolas amarillas y 5 bolas blancas extraemos en primer lugar una bola al azar y sin devolverla a la bolsa extraemos otra bola al azar. Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

- a) $P(A)$ siendo A =extraer dos bolas amarillas.
- b) $P(B)$ siendo B =extraer una bola de cada color.
- c) $P(C)$ siendo C =extraer las dos bolas del mismo color.
- d) $P(D)$ siendo D =extraer al menos una bola blanca.

Solución:

Se plantea el experimento compuesto mediante un diagrama de árbol.

Las probabilidades de cada rama se obtienen aplicando la **regla de Laplace**.

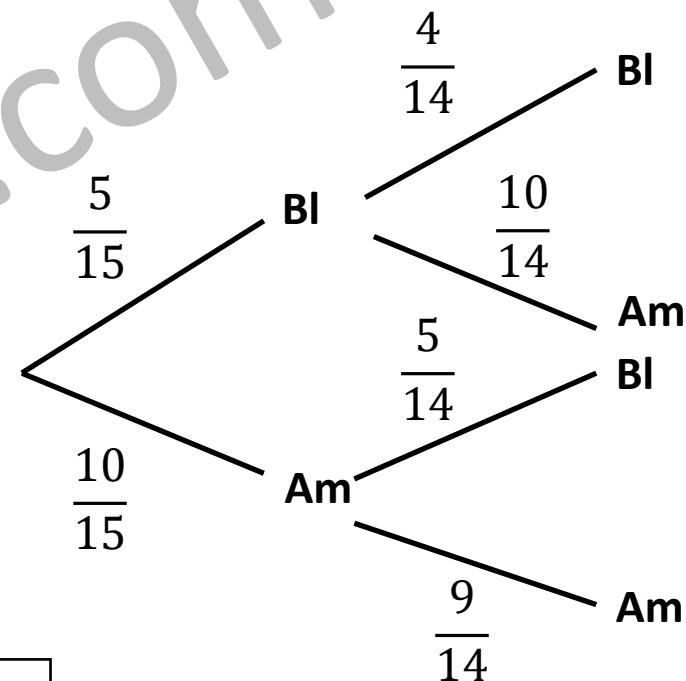
Para calcular las probabilidades pedidas aplicamos el **principio de multiplicación**.

$$P(A) = \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = \frac{90}{210} = \frac{3}{7}$$

La probabilidad de extraer dos bolas amarillas es $3/7$.

$$P(B) = \frac{5}{15} \cdot \frac{10}{14} + \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{14} = \frac{10}{21}$$

La probabilidad de extraer una bola de cada color es $10/21$.



Ejercicio 3

De una bolsa que contiene 10 bolas amarillas y 5 bolas blancas extraemos en primer lugar una bola al azar y sin devolverla a la bolsa extraemos otra bola al azar. Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

- a) $P(A)$ siendo A =extraer dos bolas amarillas.
- b) $P(B)$ siendo B =extraer una bola de cada color.
- c) $P(C)$ siendo C =extraer las dos bolas del mismo color.
- d) $P(D)$ siendo D =extraer al menos una bola blanca.

Solución:

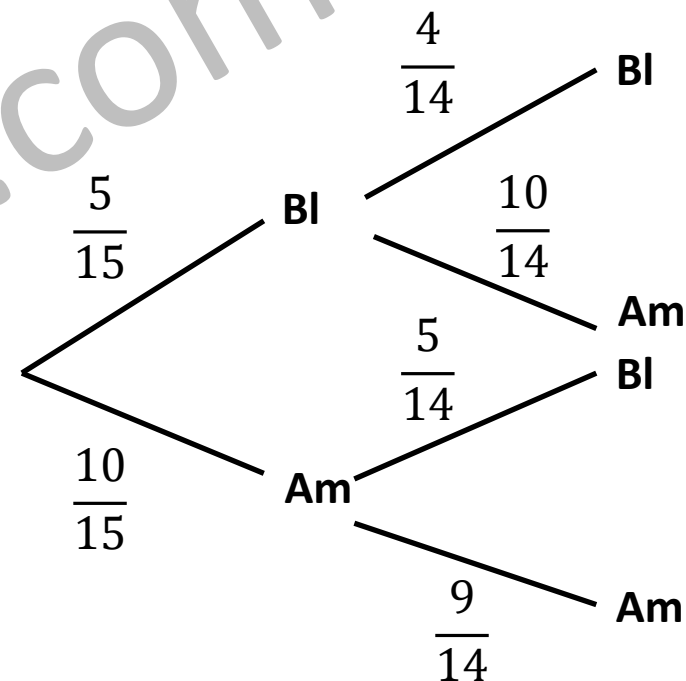
$$P(C) = \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} + \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = \frac{11}{21}$$

La probabilidad de extraer dos bolas del mismo color es 11/21.

Se observa que el suceso D es el suceso contrario de A . Por ello el contrario de D , es el suceso A .

$$P(D) = 1 - P(\bar{D}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

La probabilidad de extraer al menos una bola blanca es 4/7.



Ejercicio 4

Calcule el dominio de definición de la función $f(x) = \frac{2x + 1}{x^3 - x}$

Solución:

El dominio de una función racional son todos los números reales excepto los que anulan el denominador. Por ello, iguale el denominador a cero.

$$x^3 - x = 0 \longrightarrow x \cdot (x^2 - 1) = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \longrightarrow x = \pm 1$$

El dominio de $f(x)$ es: $R - \{-1, 0, 1\}$

Ejercicio 5

Un coche que actualmente tiene un valor de 20000 € se deprecia a un ritmo de un 15% anual según la función $y=20000 \cdot 0'85^x$ siendo x el número de años transcurridos. Calcule:

a) Se precio dentro de 2 años.

b) El número de años que deben transcurrir para que su valor sea 12282'5 €.

Solución:

Para calcular el precio dentro de 2 años, basta sustituir la x por 2.

$$y = 20000 \cdot 0'85^2 = 14450$$

El precio del coche dentro de 2 años será 14450 €.

Para calcular el año en el cual el valor del coche sea 12282'5 €, sustituimos ese valor por y .

A continuación despejamos x , utilizando logaritmos.

$$12282'5 = 20000 \cdot 0'85^x \longrightarrow 0'614125 = 0'85^x$$

$$\text{Log}(0'614125) = \text{Log}(0'85^x) \longrightarrow \text{Log}(0'614125) = x \cdot \text{Log}(0'85)$$

$$x = \frac{\text{Log}(0'614125)}{\text{Log}(0'85)} = 3$$

El número de años transcurridos será de **3**.