PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

MADRID

MATEMÁTICAS

JUNIO 2015

ADVERTENCIA

- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Problema de sistemas de ecuaciones. 2 incógnitas.
Función racional y radical. Dominio.
Teorema de la altura y teorema de Pitágoras.
Probabilidad. Regla de Laplace.
Estadística unidimensional.

Ejercicio 1

Los alumnos de 1º de bachillerato organizan una excursión para la cual alquilan un autocar cuyo precio es de 540 €. Al salir, no se presentan 6 estudiantes y esto hace que cada uno de los otros pague 3 € más. Calcule:

a) Número de estudiantes que fueron a la excursión y cantidad que pagó cada uno.

b) La función que expresa el precio de la excursión en función del número de estudiantes.

c) ¿Cuántos estudiantes deben acudir para que el precio no sea superior a 20€?

Solución:

Resolveré el problema planteando un sistema de ecuaciones. Primero, defino las incógnitas.

x= número de estudiantes que van inicialmente al viaje. y= cantidad de dinero que paga cada estudiante inicialmente.

x−6= número de estudiantes que realmente va al viaje. y+3= cantidad de dinero que paga cada estudiante realmente.

Se traduce del español al lenguaje algebraico.

Los alumnos de 1º de bachillerato organizan una excursión para la cual alquilan un autocar cuyo precio es de 540 €. ⟶ $x \cdot y = 540$

no se presentan 6 estudiantes y esto hace que cada uno de los otros pague 3 € más ⟶ $(x-6)\cdot(y+3) = 540$

$$\left.\begin{aligned} x \cdot y &= 540 \\ (x-6)\cdot(y+3) &= 540 \end{aligned}\right\}$$

Continuamos en la siguiente diapositiva resolviendo el sistema de ecuaciones.

Ejercicio 1

a) Número de estudiantes que fueron a la excursión y cantidad que pagó cada uno.

x= número de estudiantes que van inicialmente al viaje. y= cantidad de dinero que paga cada estudiante inicialmente.

x−6= número de estudiantes que realmente va al viaje. y+3= cantidad de dinero que paga cada estudiante realmente.

$$\left.\begin{array}{l} x \cdot y = 540 \\ (x-6)\cdot(y+3) = 540 \end{array}\right\} \longrightarrow y = \frac{540}{x} \longrightarrow (x-6)\cdot\left(\frac{540}{x}+3\right) = 540 \longrightarrow (x-6)\cdot\left(\frac{540+3x}{x}\right) = 540$$

Se despeja de la ecuación más sencilla la y. Y se sustituye en la otra.

$$\frac{540x + 3x^2 - 3240 - 18x}{x} = 540 \longrightarrow 540x + 3x^2 - 3240 - 18x = 540x \longrightarrow 3x^2 - 18x - 3240 = 0$$

Se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$\mathrm{x} = \frac{-(-18) \pm \sqrt{(-18)^2 - 4\cdot 3\cdot(-3240)}}{2\cdot 3} \longrightarrow \mathrm{x} = \frac{18 \pm \sqrt{39204}}{6} \longrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{18+198}{6} = \mathbf{36} \\ x_2 = \dfrac{18-198}{6} = -30 \end{cases}$$

Solución no válida

Y se calcula x: $y = \frac{540}{x} = \frac{540}{36} = \mathbf{15}$

Ejercicio 1

a) Número de estudiantes que fueron a la excursión y cantidad que pagó cada uno.

x= número de estudiantes que van inicialmente al viaje. y= cantidad de dinero que paga cada estudiante inicialmente.

x−6= número de estudiantes que realmente va al viaje. y+3= cantidad de dinero que paga cada estudiante realmente.

Sustituimos los valores de x e y para calcular lo que nos pide el problema.

Recordamos:
x=36 e y=15

La solución será:

x−6= 36−6=**30 estudiantes realmente van de viaje**.
y+3= 15+3=**18 euros es lo que paga cada uno de los 30 estudiantes que viajaron.**

b) La función que expresa el precio de la excursión en función del número de estudiantes.

La función pedida es la relación entre x e y. La obtenemos de la primera ecuación. $x \cdot y = 540 \longrightarrow \boxed{y = \frac{540}{x}}$

Siendo x el número de estudiantes e y el precio que paga cada estudiante.

c) ¿Cuántos estudiantes deben acudir para que el precio no sea superior a 20€?

$$y = \frac{540}{x} < 20 \longrightarrow \frac{540 \cdot x}{x} < 20 \cdot x \longrightarrow 540 < 20x \longrightarrow 20x > 540 \longrightarrow x > 27$$

Para que los estudiantes paguen menos de 20€, deben viajar más de 27 estudiantes.

Ejercicio 2

Determine el dominio de las siguientes funciones: $a)\ y = \dfrac{5x+1}{3x^3 - 5x^2 - 2x}$ $\quad b)\ y = \dfrac{6}{\sqrt{2x-3}}$

Solución:

El dominio de una función racional son todos los números reales excepto los que anulan el denominador. Por ello, igualo el denominador a cero.

$$3x^3 - 5x^2 - 2x = 0 \longrightarrow x \cdot (3x^2 - 5x - 2) = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x^2 - 5x - 2 = 0 \longrightarrow x = -\dfrac{1}{3}\ y\ x = 2 \end{cases}$$

El dominio de f(x) es: $R - \{-1/3, 0, 2\}$

Para que f(x) esté definida debe cumplirse de forma simultánea: $\begin{cases} 2x - 3 \geq 0 \\ 2x - 3 \neq 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x \geq 3/2 \\ x \neq 3/2 \end{cases}$

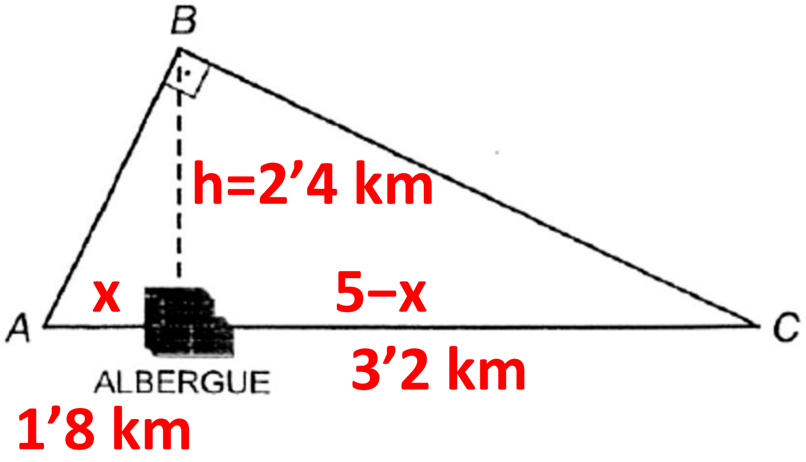
Se expresa el resultado en forma de intervalo.

El dominio de f(x) es: x ∈ $(3/2, +\infty)$

Ejercicio 3

Calcule el perímetro del triángulo ABC que se muestra en la figura sabiendo que AC=5 km y la distancia de B al albergue es de 2’4 Km. Exprese el resultado redondeado a las centésimas.

Solución:



Definimos las incógnitas tal como se observa en el esquema.

Puesto que el triángulo es rectángulo y no disponemos de ningún ángulo, el método más rápido y directo para resolver este ejercicio es aplicar el **teorema de la altura.**

$$h^2 = x \cdot (5-x) \longrightarrow 2'4^2 = 5x - x^2 \longrightarrow x^2 - 5x + 5'76 = 0$$

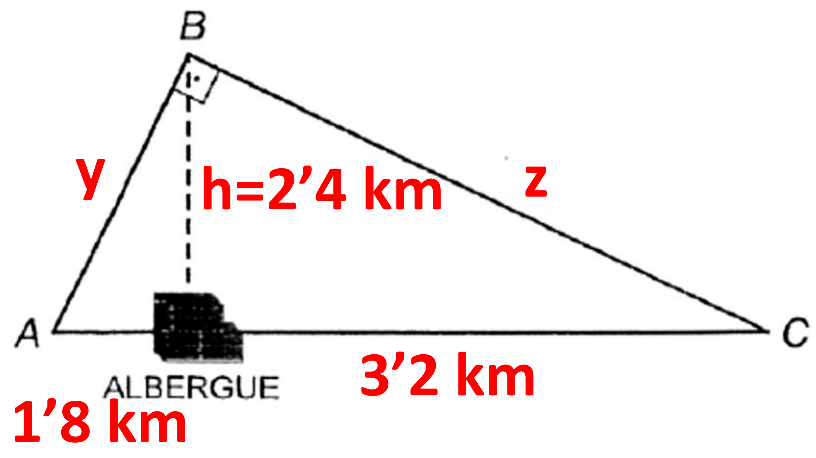
Se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$\mathrm{x} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5'76}}{2 \cdot 1} \longrightarrow \mathrm{x} = \frac{5 \pm \sqrt{1'96}}{2} \longrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{5+1'4}{2} = 3'2 \\ x_2 = \dfrac{5-1'4}{2} = 1'8 \end{cases}$$

Ambas soluciones son complementarias. Por el esquema, tomaremos x=1’8 km

Ejercicio 3

Calcule el perímetro del triángulo ABC que se muestra en la figura sabiendo que AC=5 km y la distancia de B al albergue es de 2’4 Km. Exprese el resultado redondeado a las centésimas.



Solución:

Calculo los valores de los lados restantes (y y z), utilizando el **teorema de Pitágoras**.

$$y^2 = 2'4^2 + 1'8^2 \longrightarrow y = \sqrt{2'4^2 + 1'8^2} = \mathbf{3\ km}$$

$$z^2 = 2'4^2 + 3'2^2 \longrightarrow z = \sqrt{2'4^2 + 3'2^2} = \mathbf{4\ km}$$

Ya disponemos del valor de las distancias de los 3 lados, ya podemos calcular el perímetro.

$$Perímetro = 3 + 4 + 5 = 12\ km$$

El perímetro del triángulo ABC es **12 km.**

Ejercicio 4

Lanzamos un dado tres veces seguidas. Calcule la probabilidad que obtener

i) A="Tres cincos"

ii) B="El mismo número las tres veces"

Solución:

El número obtenido en un dado es un suceso independiente de los números obtenidos en otros dados. Ello nos permite obtener la probabilidad del suceso compuesto multiplicado las probabilidades de los sucesos individuales.

$$P(Tres\ cincos) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

La probabilidad de que obtener "Tres cincos" es **1/216**.

El mismo número tres veces se puede obtener de 6 formas diferentes. Por ello basta con multiplicar el resultado anterior por 6.

$$P(\text{El mismo número las tres veces}) = 6 \cdot \frac{1}{216} = \frac{1}{36}$$

La probabilidad de obtener "El mismo número las tres veces" es **1/36**.

Ejercicio 5

Se quiere hacer un estudio para ver que el número de horas semanales que los niños están frente a la televisión. Para ello se ha preguntado a 40 familias con hijos de edades comprendidas entre 2 y 5 años, por el número de horas semanales que sus hijos ven la televisión. Las respuestas han sido las siguientes.

i) Haga una tabla de frecuencias agrupando los datos en 6 intervalos.

ii) Calcule la media y la desviación típica.

Exprese los resultados con una aproximación a las centésimas.

10, 15, 5, 35, 40, 27, 32, 36, 40, 41
2, 4, ,13, 24, 33, 28, 40, 32, 30, 21
16, 1, 7, 18, 24, 7, 28, 29, 38, 41
23, 20, 21, 32, 34, 6, 12, 23, 26, 31

Solución:

Se observa que el menor valor es 1 y que el mayor valor es 41. Por lo que el rango del conjunto de datos es 41−1=40

Se divide el rango entre el número de intervalos: 40/6=6’67. Ello nos indica que la amplitud de cada intervalo debe ser de **7 unidades**. Por ello, comenzaremos en 0 y terminaremos en 42.

Como no nos indican que frecuencias desean que pongamos en la tabla de frecuencias, sólo ponemos las frecuencias absolutas.

INTERVALO	fi
[0,7)	5
[7,14)	5
[14,21)	4
[21,28)	8
[28,35)	10
[35,42)	8

Ejercicio 5

INTERVALO	fi
[0,7)	5
[7,14)	5
[14,21)	4
[21,28)	8
[28,35)	10
[35,42)	8

ii) Calcule la media y la desviación típica.

A partir de los datos de la tabla de frecuencias, se construye una tabla para calcular la media y la desviación típica.
Se añade a la tabla la marca de clase y las columnas necesarias para calcular la media y la desviación típica.

INTERVALO	x_i	fi	xi·fi	$x_i^2 \cdot f_i$
[0,7)	3'5	5	17'5	61'25
[7,14)	10'5	5	52'5	551'25
[14,21)	17'5	4	70	1225
[21,28)	24'5	8	196	4.802
[28,35)	31'5	10	315	9.922'5
[35,42)	38'5	8	308	11.858
	TOTAL:	**40**	**959**	**28.429**

Se calcula primero la media aritmética.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{959}{40} = \mathbf{23'975}$$

Y a continuación la desviación típica.

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{28.429}{40} - (23'975)^2}$$

$$s = \sqrt{135'924} \approx \mathbf{11'66}$$

La media es **22'75** y la desviación típica es **11'66**.