

El examen del día

PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE

GRADO SUPERIOR

COMUNIDAD VALENCIANA

PARTE COMÚN

MATEMÁTICAS

JUNIO 2017

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

- 1) Fracciones y Porcentajes.
- 2) Ecuaciones.
- 3) Sistemas de ecuaciones.
- 4) Funciones.
- 5) Probabilidad.

Ejercicio 1

En una empresa, la directora de recursos humanos busca una persona responsable de tienda. De las personas que se presentan para el puesto, el 21% son mujeres. La tercera parte de los hombres y una de cada cinco mujeres cumplen los requisitos. El total de no cualificados para el puesto es de 1042 personas.

- a) ¿Cuántas personas se presentan?
b) ¿Cuántas mujeres hay cualificadas para el puesto?

Solución:

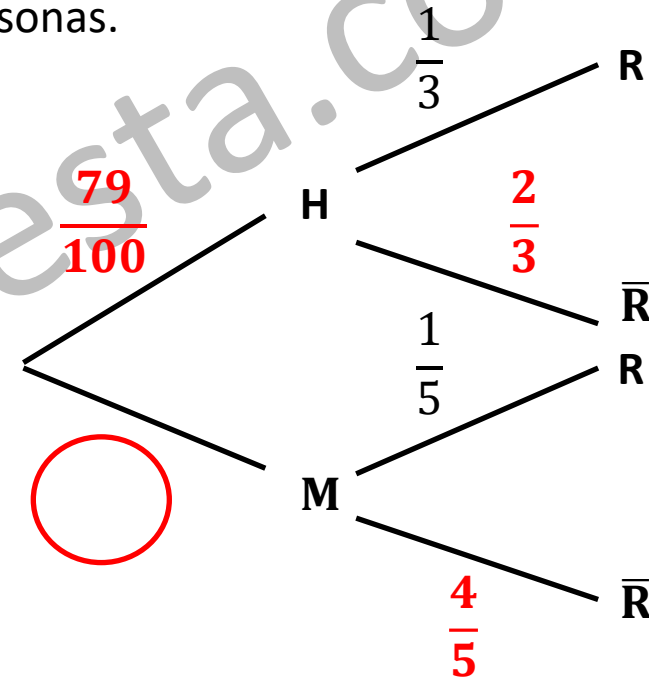
Plantearé el problema mediante un diagrama de árbol, ya que es la forma más sencilla de resumir los datos de un problema en la que se calculan fracciones de fracciones.

El total de personas no cualificadas será:

$\frac{2}{3}$ de 79% más $\frac{4}{5}$ de 21% del TOTAL son 1042.

Planteo la ecuación que refleja la situación, donde x es el total de personas que se presentan a la prueba:

$$\left(\frac{79}{100} \cdot \frac{2}{3} + \frac{21}{100} \cdot \frac{4}{5}\right) \cdot x = 1042 \longrightarrow \left(\frac{79}{150} + \frac{21}{125}\right) \cdot x = 1042$$



Ejercicio 1

$$\left(\frac{79}{150} + \frac{21}{125}\right) \cdot x = 1042 \longrightarrow \frac{521}{750} \cdot x = 1042 \longrightarrow x = \frac{1042 \cdot 750}{521} = 1500$$

En total se presentan a la prueba 1500 personas.

Para calcular el número de mujeres calificadas para el puesto, podemos utilizar el árbol de nuevo.

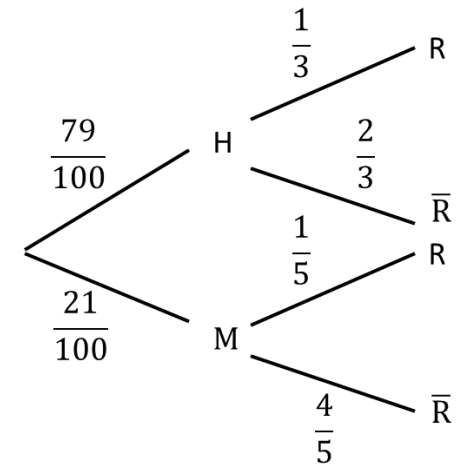
El número de mujeres calificadas es:

1/5 del 21% del total (1500 personas).

Planteo la expresión que refleja la situación:

$$MC = \frac{21}{100} \cdot \frac{1}{5} \cdot 1500 = \frac{21 \cdot 1500}{100 \cdot 5} = 63 \text{ mujeres calificadas}$$

Hay 63 mujeres calificadas para el puesto.



b) ¿Cuántas mujeres hay calificadas para el puesto?

Ejercicio 2

Resuelve la ecuación: $\sqrt{6 - 6x} + 2 = 2x \longrightarrow \sqrt{6 - 6x} = 2x - 2$

Solución:

Debemos resolver esta ecuación irracional. Para ello debemos aislar en primer lugar la raíz cuadrada.

A continuación se debe elevar al cuadrado a un lado y a otro de la igualdad.

$$\sqrt{6 - 6x} = 2x - 2 \longrightarrow (\sqrt{6 - 6x})^2 = (2x - 2)^2 \longrightarrow 6 - 6x = 4x^2 - 8x + 4$$

Simplifico la raíz cuadrada con el exponente al cuadrado.

Y desarrollo el producto notable. **¡¡¡RECUERDA!!!. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$**

$$6 - 6x = 4x^2 - 8x + 4 \longrightarrow 0 = 4x^2 - 2x - 2 \longrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{8}$$

Paso todos los términos al mismo lado de la igualdad.

Y se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{8} \longrightarrow x = \frac{2 \pm 6}{8} \longrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

¿Hemos terminado?..... **NOOOOO**

Ejercicio 2

Debemos comprobar si las soluciones obtenidas son válidas.

Para ello debemos sustituir las soluciones obtenidas, en la ecuación original y ver si se verifica la igualdad.

$$\sqrt{6 - 6x} + 2 = 2x$$

Para $x_1=1$:

$$\sqrt{6 - 6x} + 2 = 2x \longrightarrow \sqrt{6 - 6 \cdot 1} + 2 = 2 \cdot 1 \longrightarrow 2 = 2$$



$x_1=1$ Es una solución válida.

Para $x_2=-1/2$:

$$\sqrt{6 - 6x} + 2 = 2x \longrightarrow \sqrt{6 - 6 \cdot (-1/2)} + 2 = 2 \cdot (-1/2) \longrightarrow 5 \neq -1$$



$x_2=-1/2$ No es una solución válida.

La solución de la ecuación es: $x=1$

Ejercicio 3

Irene compró acciones de tres empresas, A, B y C, por un total de 20.000 euros. Posteriormente las vendió obteniendo un beneficio del 5,5% de lo invertido en su compra. En las acciones de las empresas A y B ganó un 30% y un 10% respectivamente y en las de la empresa C perdió un 15%. Si las acciones de la empresa C le costaron a Irene cinco veces más que las de B, calcula el dinero invertido en la compra de las acciones de cada una de las empresas.

Solución:

Definimos en primer lugar las incógnitas:

$x =$ Cantidad de dinero invertido en A
$y =$ Cantidad de dinero invertido en B
$z =$ Cantidad de dinero invertido en C

“compró acciones por 20000€”: $x + y + z = 20000$

“ganó un 30% con las acciones de A”: $30\% \text{ de } x = \frac{30}{100} \text{ de } x = 0'3x$

“ganó un 10% con las acciones de B”: $10\% \text{ de } y = \frac{10}{100} \text{ de } y = 0'1y$

“perdió un 15% con las acciones de C”: $15\% \text{ de } z = \frac{15}{100} \text{ de } z = 0'15z$

“Obtuvo un 5'5% de beneficio”: $5'5\% \text{ de } 20000 = 0'055 \cdot 20000 = 1100$

“C cuesta 5 veces más que B”:

© Angel Cuesta Arza

$$z = 5y$$

Ejercicio 3

Con todos los datos anteriormente recogidos, podemos definir un sistema de ecuaciones lineal, que consta de 3 ecuaciones y 3 incógnitas.

$$\begin{cases} x + y + z = 20000 \\ 0'3x + 0'1y - 0'15z = 1100 \\ z = 5y \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 20000 \\ 3x + y - 1'5z = 11000 \\ z = 5y \end{cases}$$

En este caso, y dado que hay una incógnita despejada, lo más sencillo es sustituirla en las otras dos ecuaciones. También podría hacer el método de Gauss, pero en este caso no lo haré.

$$\begin{cases} x + y + 5y = 20000 \\ 3x + y - 1'5 \cdot 5y = 11000 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x + 6y = 20000 \longrightarrow x = 20000 - 6y \\ 3x - 6'5y = 11000 \end{cases}$$

Despejo x de la primera ecuación.

$$x = 20000 - 6y \longrightarrow 3 \cdot (20000 - 6y) - 6'5y = 11000$$
$$60000 - 18y - 6'5y = 11000 \longrightarrow -24'5y = -49000$$

Ahora ya puedo calcular x, sustituyendo en la ecuación:

$$x = 20000 - 6 \cdot 2000 = 8000$$

Y calculo z, sustituyendo en z=5y

$$z = 5 \cdot y = 5 \cdot 2000 = 10000$$

$$y = 2000$$

Invertirá: 8000 € en A
2000 € en B
10000 € en C

Ejercicio 4

Una empresa de asistencia técnica de calderas de calefacción cobra una cantidad fija por el desplazamiento al domicilio más el importe por las horas de trabajo. Por una reparación de 3 horas en casa de Raúl han cobrado 144 € y por una de 1'5 horas en casa de Carmen, 94,5 €.

- Calcula la cantidad que se cobra en concepto de desplazamiento y la cantidad por hora de trabajo.
- Escribe la función que nos da el dinero a pagar en función de las horas trabajadas.

Solución:

Se puede definir una función coste que tenga dos partes, una fija y otra variable.

Llamaremos y al coste total y x al número de horas.

Llamaremos A al coste fijo y B al coste de la hora.

La función que relaciona y con x es: $y=A+Bx$

Con los datos del ejercicio podemos escribir un sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} \text{"Por una reparación de 3 horas en casa de Raúl han cobrado 144 €"} \\ \text{"por una de 1'5 horas en casa de Carmen, 94,5 €"} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 144=A+3B \\ 94'5=A+1'5B \end{array}$$

Ejercicio 4

$$\left. \begin{array}{l} 144=A+3B \\ 94'5=A+1'5B \end{array} \right\} \longrightarrow \left. \begin{array}{l} 144-3B=A \\ 94'5-1'5B=A \end{array} \right\} \longrightarrow 144-3B=94'5-1'5B \longrightarrow 49'5=1'5B$$

$$B = \frac{49'5}{1'5} = 33$$

Se sustituye B en una de las dos ecuaciones y se calcula A:

$$144-3B=A \longrightarrow 144-3*33=A \longrightarrow A=45$$

El coste por desplazamiento es 45€ y el coste por hora trabajada es 33€/h.

La función que relaciona coste total y horas trabajadas es: $y = 45 + 33x$

Ejercicio 5

Un opositor ha estudiado 25 temas de los 40 que contiene el temario. Si el examen consiste en contestar tres temas elegidos al azar entre todos los del temario, calcula la probabilidad de que el opositor:

- Haya estudiado los tres temas.
- Haya estudiado, como mínimo, uno de los temas.

Solución:

En primer lugar se construye el diagrama de árbol.

S="Ha estudiado el tema".

\bar{S} = "No ha estudiado el tema".

Ahora contestamos a las preguntas:

$$P(3 \text{ Temas}) = \frac{25}{40} \cdot \frac{24}{39} \cdot \frac{23}{38} = \frac{115}{494}$$

$$P(\text{Al menos 1 Tema}) = 1 - P(\text{Ningún Tema})$$

$$P(\text{Al menos 1 Tema}) = 1 - \frac{15}{40} \cdot \frac{14}{39} \cdot \frac{13}{38} = \frac{145}{152}$$

Ahí tenéis las soluciones, mirad los recuadros.

