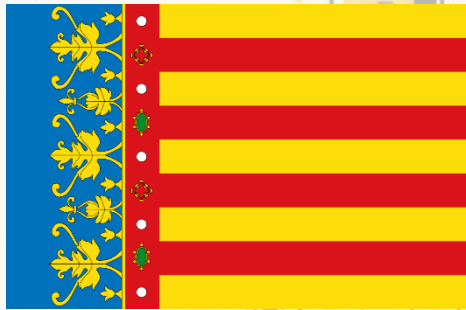
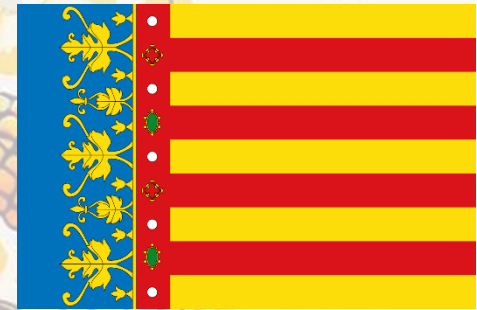


PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR



COMUNIDAD
VALENCIANA



MATEMÁTICAS
MAYO 2024

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Ecuación bicuadrada

Problema de sistemas de ecuaciones.

Trigonometría.

Función cuadrática. Problema.

Probabilidad.



VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de estadística.



Teoría y ejercicios de porcentajes



Teoría y ejercicios de probabilidad.



Teoría y ejercicios de funciones cuadráticas



Teoría y ejercicios de funciones lineales



Exámenes de años anteriores.



OBSERVACIONES

DURACIÓN: 1 HORA 15 MINUTOS

Se puede usar la calculadora. Las aproximaciones decimales, cuando sean necesarias, se harán por redondeo a las centésimas.

Los ejercicios deben estar resueltos paso a paso y con las explicaciones oportunas.

Ejercicio 1

Encuentra razonadamente las soluciones de la siguiente ecuación: $x^2 \cdot (x^2 - 30) + 225 = 4x^2$

Se opera el paréntesis y se colocan todos los términos a la izquierda de la igualdad.

$$x^4 - 30x^2 + 225 = 4x^2 \longrightarrow x^4 - 34x^2 + 225 = 0$$

La ecuación obtenida es bicuadrada. Para poder resolverla, haré un cambio de variable. $t = x^2$; $t^2 = x^4$

$$x^4 - 34x^2 + 225 = 0 \longrightarrow t^2 - 34t + 225 = 0$$

Se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$t = \frac{-(-34) \pm \sqrt{(-34)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 225}}{2 \cdot 1} = \frac{34 \pm \sqrt{256}}{2} \longrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{34 + 16}{2} = 25 \\ t_2 = \frac{34 - 16}{2} = 9 \end{cases}$$

Se deshace el cambio para calcular los posibles valores de x.

$$t = x^2 = 25 \longrightarrow x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

$$t = x^2 = 9 \longrightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

Solución: $x_1 = -5$; $x_2 = 5$; $x_3 = -3$; $x_4 = 3$

Ejercicio 2

El sábado, un hotel ocupó la totalidad de sus 54 habitaciones, ingresando 3660 euros. El hotel dispone de 3 tipos de habitaciones: sencillas a 50€ la noche, dobles a 70€ y triples a 80€. Obtén cuantas habitaciones hay de cada tipo sabiendo que hay tantas habitaciones dobles como sencillas y triples juntas.

Solución:

Se definen las incógnitas. x =nº de habitaciones simples y =nº de habitaciones dobles z =nº de habitaciones triples

Se traduce del español al lenguaje algebraico y se plantea un sistema de ecuaciones.

“...un hotel ocupó la totalidad de sus 54 habitaciones.” $x + y + z = 54$

“ingresando 3660 euros” $50x + 70y + 80z = 3660 \longrightarrow 5x + 7y + 8z = 366$

“sabiendo que hay tantas habitaciones dobles como sencillas y triples juntas.” $y = x + z \longrightarrow x - y + z = 0$

Quedando el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} x + y + z = 54 \\ 5x + 7y + 8z = 366 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2

Quedando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + z = 54 \\ 5x + 7y + 8z = 366 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

Si quieres repasar matrices y determinantes tengo un curso en este mismo canal. ¡BÚSCALO!



Se resuelve el sistema mediante el método de Gauss (puedes resolverlo por otros métodos).

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 54 \\ 5 & 7 & 8 & 366 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{F_2=F_2-5F_1 \\ F_3=F_3-F_1}]{} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 54 \\ 0 & 2 & 3 & 96 \\ 0 & -2 & 0 & -54 \end{pmatrix}$$

F_2	5	7	8	366
$-5F_1$	-5	-5	-5	-270
$F_2=F_2-5F_1$	0	2	3	96

F_3	1	-1	1	0
$-F_1$	-1	-1	-1	-54
$F_2=F_2-2F_1$	0	-2	0	-54

Una vez escalonada la matriz ya podemos resolver el sistema en la siguiente diapositiva.

Ejercicio 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 54 \\ 0 & 2 & 3 & 96 \\ 0 & -2 & 0 & -54 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 54 \\ 2y + 3z = 96 \\ -2y = -54 \end{cases} \longrightarrow y = \frac{-54}{-2} = 27$$

$$2y + 3z = 96 \longrightarrow z = \frac{96 - 2y}{3} = \frac{96 - 2 \cdot 27}{3} = 14$$

$$x + y + z = 54 \longrightarrow x = 54 - y - z = 54 - 27 - 14 = 13$$

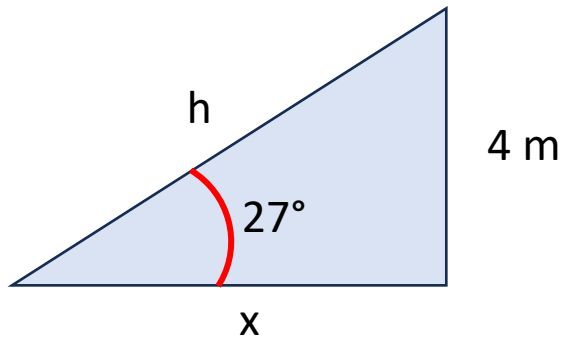
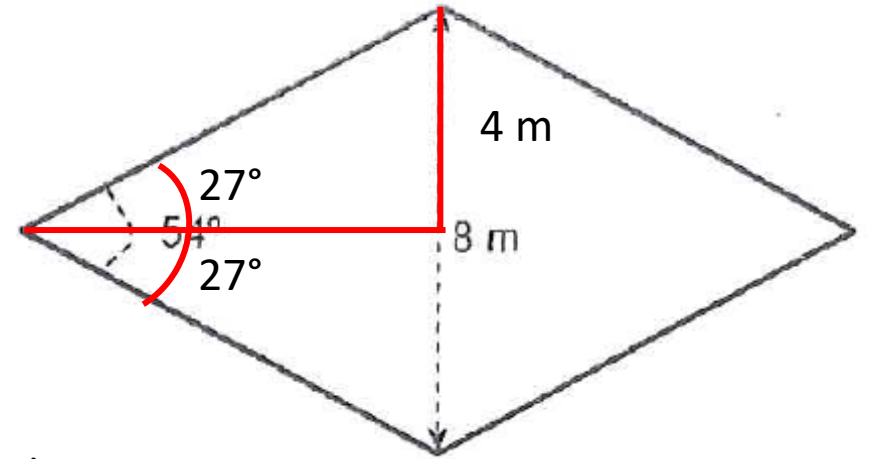
Solución: Hay 13 habitaciones sencillas, 27 dobles y 14 triples.

Ejercicio 3

Se quiere construir un jardín vallado con forma de rombo que cumpla con las características del dibujo.

- Calcula los metros de valla que serán necesarios.
- Calcula la superficie del jardín.

Solución: Se define un triángulo rectángulo a partir de la cuarta parte del rombo.



Se aplican las definiciones de las razones trigonométricas para calcular el cateto opuesto y la hipotenusa.

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \longrightarrow \text{sen}(27^\circ) = \frac{4}{h} \longrightarrow h = \frac{4}{\text{sen}(27^\circ)} = \frac{4}{0,454} = \mathbf{8,81\ m}$$

$$\text{tan}(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} \longrightarrow \text{tan}(27^\circ) = \frac{4}{x} \longrightarrow x = \frac{4}{\text{tan}(27^\circ)} = \frac{4}{0,51} = \mathbf{7,85\ m}$$

Ejercicio 3

a) **Calcula los metros de valla que serán necesarios.**

El perímetro del rombo es igual a 4 veces el lado del polígono.

$$P = 4 \cdot L = 4 \cdot 8,81 = 35,24 \text{ m}$$

Se necesitan **35,24 metros** de valla.

b) **Calcula la superficie del jardín.**

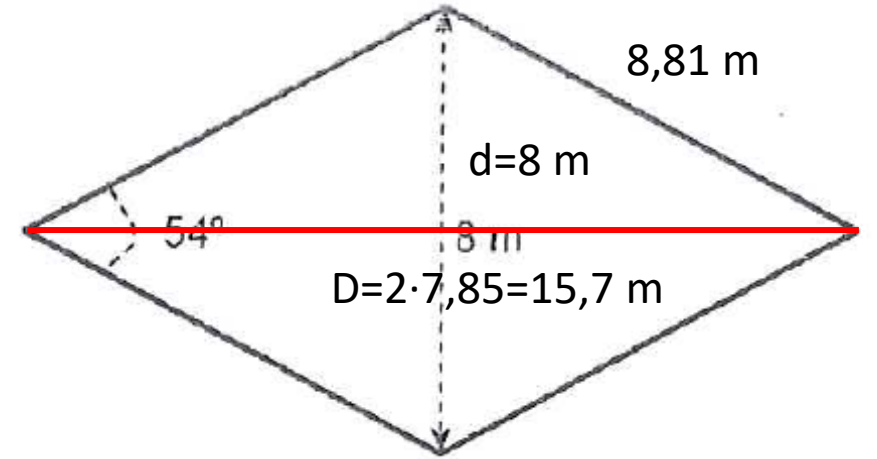
El área del rombo se puede calcular con la fórmula correspondiente o a partir del área del triángulo rectángulo multiplicada por 4, puesto que el rombo está formado por 4 triángulos rectángulos. Se hace de las dos formas.

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{15,7 \cdot 8}{2} = 62,8 \text{ m}^2 \quad \text{Debemos tener en cuenta que: } D = 2 \cdot 7,85 = 15,7 \text{ m} \quad d = 8 \text{ m}$$

Podemos calcular también el área del triángulo y multiplicarla por 4.

$$A = \frac{b \cdot a}{2} \cdot 4 = \frac{7,85 \cdot 4}{2} \cdot 4 = 62,8 \text{ m}^2$$

El área del jardín es **62,8 m²**.



Ejercicio 4

La siguiente función muestra los beneficios o pérdidas (en euros) obtenidos de la venta de un determinado contrato de mantenimiento técnico.

$$y = -x^2 + 500x - 40000$$

x = número de contratos vendidos

- Determina el número de contratos que han de venderse para que el beneficio sea lo más grande posible.
- Calcula cuál es ese beneficio.

Solución: Puesto que la función es cuadrática y el coeficiente del término cuadrático es negativo, podemos afirmar que el vértice de la función representa el máximo valor de los beneficios. Se calcula la componente x del vértice para obtener el número de contratos que deben venderse para alcanzar el máximo beneficio.

$$v_t = \frac{-b}{2a} = \frac{-500}{2 \cdot (-1)} = 250 \text{ contratos}$$

El máximo beneficio se alcanza cuando se hacen **250 contratos**.

El beneficio máximo se obtiene sustituyendo 250 en la función.

$$y = -(250)^2 + 500 \cdot 250 - 40000 = 22500 \text{ €}$$

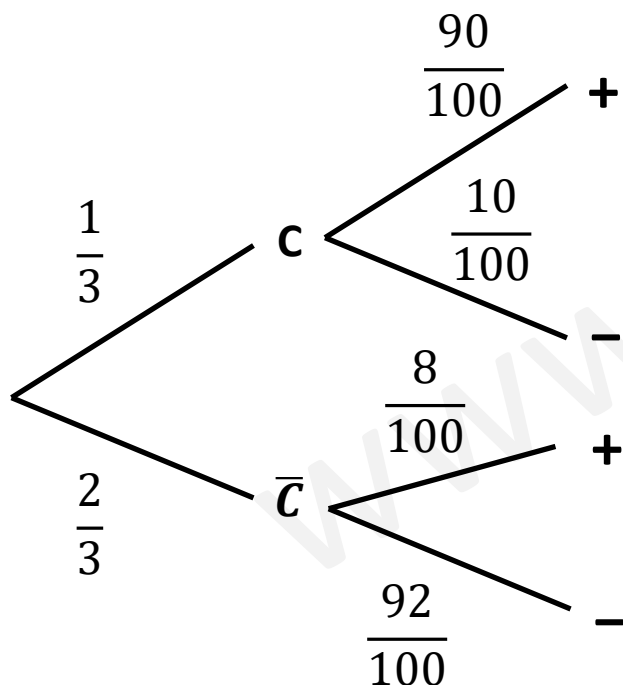
El máximo beneficio será de **22.500 €**.

Ejercicio 5

En un momento determinado se estima que $\frac{1}{3}$ de la población de un país está contagiado de cierta enfermedad asintomática. Se dispone de un test de farmacia que da positivo en el 90% de las personas contagiadas, pero también da positivo en el 8% de las personas sanas. Si una persona de ese país, elegida al azar, se hace el test, ¿qué probabilidad hay de que salga positivo el test?

Solución: Se construye un diagrama de árbol para resolver más fácilmente el ejercicio.

Se definen los sucesos: **C**=la persona está contagiada; **+**= el test da positivo; **-**= el test da negativo



Se aplica el principio de multiplicación para calcular la probabilidad pedida. Se suman las probabilidades de las dos ramas.

$$P(+)=\frac{1}{3}\cdot\frac{90}{100}+\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{100}=\frac{53}{150}=0,35$$

La probabilidad de que el test salga positivo es **0,35**.