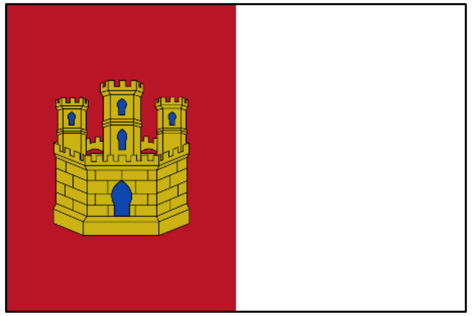
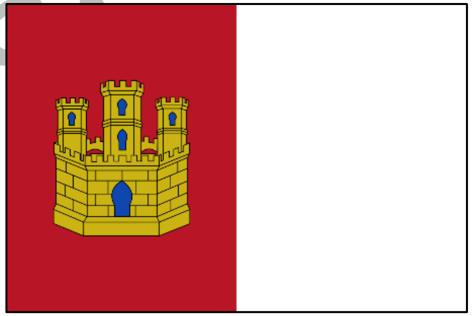
PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR



CASTILLA LA MANCHA



MATEMÁTICAS

2ª CONVOCATORIA 2020

VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de probabilidad.

Matrices y determinantes.
Teoría y ejercicios.

Ejemplo problema sistema de
3 ecuaciones con 3 incógnitas

PAU Comunidad Valenciana
Junio 2021

Ejemplo problema sistema de
3 ecuaciones con 3 incógnitas

PAU Comunidad Valenciana
Septiembre 2020

Teoría y ejercicios de estadística.

Ejercicio 1

En una carrera popular participan, entre hombres, mujeres y niños un total de 250 personas. El número de mujeres supera en 30 al de niños y el triple del número de hombres es igual al doble del número de los niños y las mujeres juntos.

a) Plantea un sistema de ecuaciones que permita averiguar cuántos hombres, cuántas mujeres y cuántos niños han participado en la carrera.

b) Resuelve el sistema

Solución:

Se definen las incógnitas del problema.

x= nº de hombres.
y= nº de mujeres.
z= nº de niños.

Traducimos del español al lenguaje algebraico.

"entre hombres, mujeres y niños un total de 250 personas" $x + y + z = 250$

"El número de mujeres supera en 30 al de niños" $y = z + 30 \longrightarrow y - z = 30$

"el triple del número de hombres es igual al doble del número de los niños y las mujeres juntos"

$$3x = 2(y + z) \longrightarrow 3x - 2y - 2z = 0$$

Ejercicio 1

Determinantes

Quedando el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x+y+z=250 \\ y-z=30 \\ 3x-2y-2z=0 \end{cases}$

Resolveré el sistema de ecuaciones utilizando la regla de Cramer:

$$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 250 & 1 & 1 \\ 30 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & -2 \end{vmatrix}}=\frac{-1000}{-10}=\mathbf{100}$$

$$y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 250 & 1 \\ 0 & 30 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & -2 \end{vmatrix}}=\frac{-900}{-10}=\mathbf{90}$$

$$z=\frac{|A_z|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 250 \\ 0 & 1 & 30 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & -2 \end{vmatrix}}=\frac{-600}{-10}=\mathbf{60}$$

Solución: En la carrera participan **100 hombres**, **90 mujeres** y **60 niños**.

Ejercicio 2

Un profesor reparte 52 ejercicios de repaso entre los tres alumnos que han suspendido el último examen, de forma inversamente proporcional a las notas que han sacado estos alumnos en el último examen, que son 4, 3 y 2 respectivamente. ¿Cuántos ejercicios debe hacer cada uno de estos alumnos?

Solución:

Este ejercicio de reparto inverso se puede hacer de varias formas. Explicaré una de las más habituales.

Obtenemos los inversos de las notas. $\frac{1}{4};\frac{1}{3};\frac{1}{2}$

Convertimos las fracciones a denominador común (que es el mcm). En este caso es 12. $\frac{3}{12};\frac{4}{12};\frac{6}{12}$

Realizamos un reparto directamente proporcional a los numeradores: 3, 4 y 6. $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{6}=\frac{x+y+z}{3+4+6}=\frac{52}{13}=4$

Calculo x, y y z. $\frac{x}{3}=4 \longrightarrow x=12$

$\frac{y}{4}=4 \longrightarrow y=16$

$\frac{z}{6}=4 \longrightarrow z=24$

Solución: Al alumno que sacó un 4, le toca hacer **12 ejercicios**. Al que sacó un 3, le toca hacer **16 ejercicios** y al de menor nota le corresponde hacer **24 ejercicios**.

Ejercicio 3

Una persona tiene dos ofertas de trabajo como comercial de ordenadores portátiles. En la oferta A, cobra un sueldo mensual fijo de 500 € y 25 € por portátil vendido y en la oferta B un fijo mensual de 750 € y 15 € por ordenador portátil vendido.

a) Expresa cada oferta en forma de la función que calcula las ganancias mensuales en función del número de ordenadores portátiles vendidos.

b) ¿A partir de cuántos ordenadores portátiles vendidos ganará más dinero con la oferta A de trabajo?

Solución:

a) Podemos expresar mediante una función lineal la relación entre variables. De forma general sería:

$$Ganancias\ del\ comercial = sueldo\ fijo + sueldo\ variable$$

Definimos: y=ganancias del comercial; x=nº de ordenadores portátiles vendidos. Escribimos la función: $y = a + b \cdot x$

Oferta A: $y = 500 + 25x$

Oferta B: $y = 750 + 15x$

Basta con igualar los costes de ambas funciones.

$$500 + 25x = 750 + 15x \longrightarrow 10x = 250 \longrightarrow x = 25$$

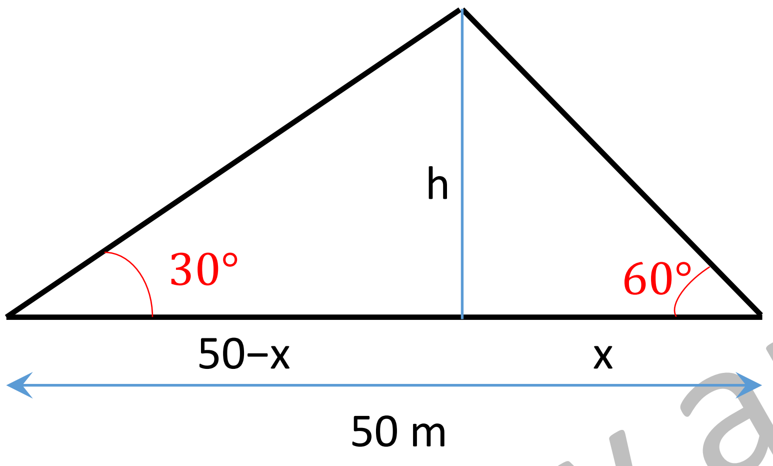
El comercial ganará más dinero con la oferta A si vende **más de 25 ordenadores**.

Ejercicio 4

Para que una antena permanezca vertical se le han colocado dos anclajes en el suelo a ambos lados y alineados con su base. La distancia entre los anclajes es de 50 m y si se observa la parte más alta de la antena desde cada uno de ellos, los ángulos de elevación son de 30° y 60°, respectivamente. Halla la altura de la antena.

Solución:

Se hace un esquema de la situación.



Se utiliza la tangente de ambos triángulos rectángulos para plantear un sistema de ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} tg(30°) = \dfrac{h}{50-x} \longrightarrow h = tg(30°)\cdot(50-x) \\ tg(60°) = \dfrac{h}{x} \longrightarrow h = tg(60°)\cdot x \end{array}\right\}$$

Se igualan las ecuaciones. $tg(30°)\cdot(50-x) = tg(60°)\cdot x \longrightarrow 0'577\cdot(50-x) = 1'732\cdot x$

$$28'85 - 0'577\cdot x = 1'732\cdot x \longrightarrow 28'85 = 2'309\cdot x \longrightarrow x = \frac{28'85}{2'309} = 12'5\,m$$

Calculo la altura: $h = tg(60°)\cdot 12'5 = 21'65\ m$

La altura de antena es **21'65 metros**.

Ejercicio 5

Dada la recta r: $2x-y+6=0$, halla:

a) La ecuación de una recta paralela a r que pase por el punto $A(2,5)$

b) Una recta perpendicular a la recta r que pase por el punto $B(1,-2)$

c) Los puntos de corte con los ejes de coordenadas de la recta r.

Solución:

Una recta paralela a la dada sería $2x-y+D=0$. Para calcular D, se sustituyen las coordenadas de A en la ecuación.

$$2\cdot 2-5+D=0 \longrightarrow D=1$$

La ecuación de la recta pedida es: $\mathbf{2x-y+1=0}$

Una recta perpendicular a la dada sería $x+2y+D=0$. Para calcular D, se sustituyen las coordenadas de B en la ecuación.

$$1+2\cdot(-2)+D=0 \longrightarrow D=3$$

La ecuación de la recta pedida es: $\mathbf{x+2y+3=0}$

Calculo los puntos de corte de la recta r con los ejes.

$$Eje\ X\ (y=0):\quad 2x-0+6=0 \longrightarrow x=-3 \qquad \boldsymbol{P}=(\mathbf{-3},\mathbf{0})$$

$$Eje\ Y\ (x=0):\quad 2\cdot 0-y+6=0 \longrightarrow y=6 \qquad \boldsymbol{Q}=(\mathbf{0},\mathbf{6})$$

Los puntos de corte con los ejes de la recta r son: $\boldsymbol{P}=(\mathbf{-3},\mathbf{0})$ **y** $\boldsymbol{Q}=(\mathbf{0},\mathbf{6})$

Ejercicio 6

Se sabe que la probabilidad de que acierte en el centro de la diana un campeón de tiro con arco es 0,8. Realiza tres lanzamientos consecutivos, calcula la probabilidad de que:

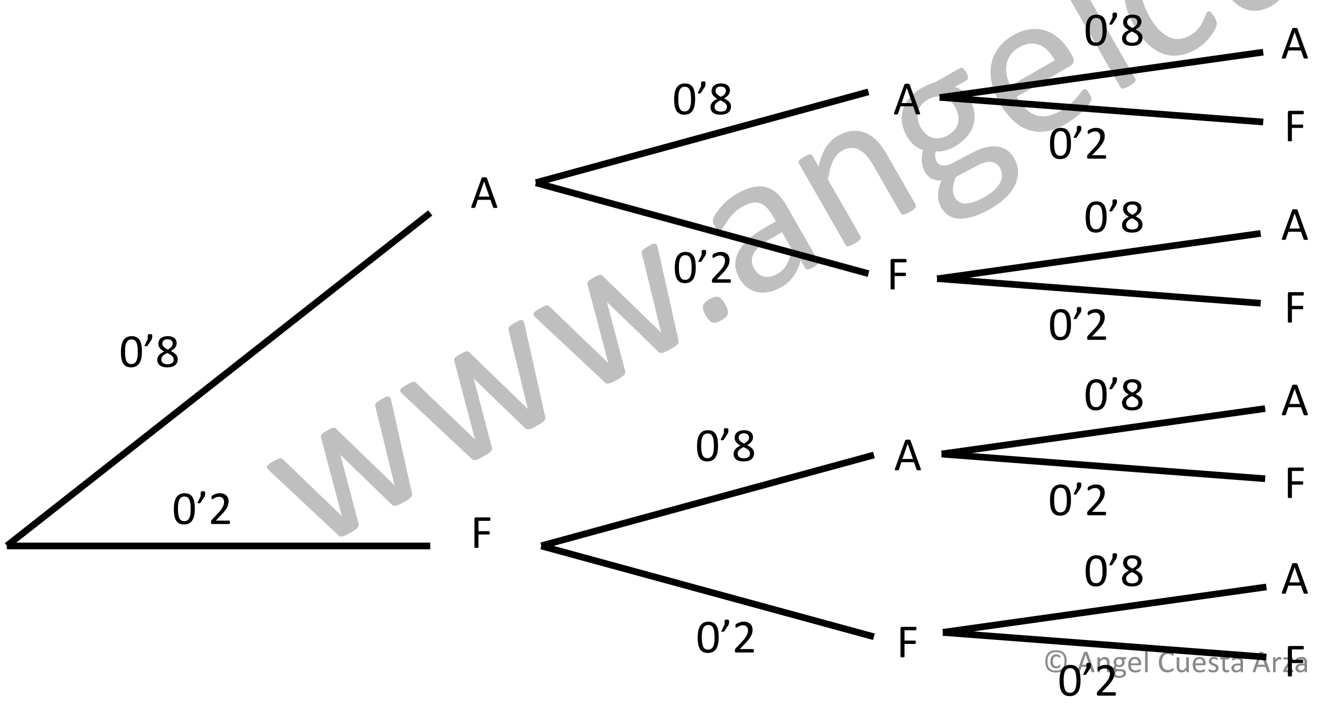
a) Acierte en el centro de la diana en los tres lanzamientos

b) Dé en el centro en dos de los tres lanzamientos

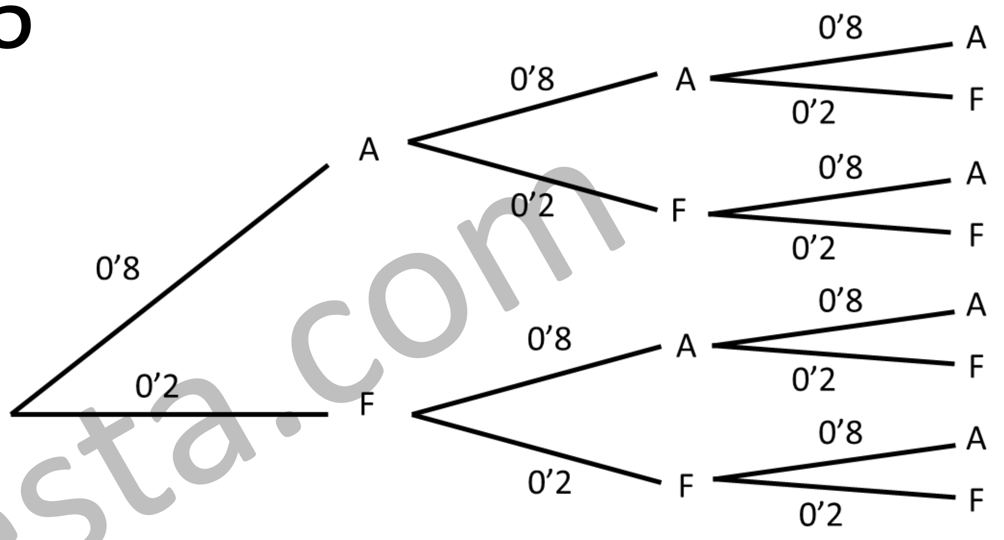
c) Acierte en el centro al menos en uno de los tres tiros

Solución:

Se puede resolver el ejercicio con la ayuda de un diagrama de árbol o también con ayuda de la distribución binomial.



Ejercicio 6



a) Acierte en el centro de la diana en los tres lanzamientos

$$P(A \cap A \cap A) = 0'8 \cdot 0'8 \cdot 0'8 = 0'512$$

La probabilidad de que acierte en el centro de la diana en los tres lanzamientos es **0’512**.

b) Dé en el centro en dos de los tres lanzamientos

$$P(A \cap A \cap F) + P(A \cap F \cap A) + P(F \cap A \cap A) = 0'8 \cdot 0'8 \cdot 0'2 + 0'8 \cdot 0'2 \cdot 0'8 + 0'2 \cdot 0'8 \cdot 0'8 = 0'384$$

La probabilidad de que dé en el centro en dos de los tres lanzamientos es **0’384**.

c) Acierte en el centro al menos en uno de los tres tiros

Se calcula la probabilidad del suceso contrario, para ahorrar operaciones.

$$P(Al\ menos\ acierte\ un\ tiro\ de\ los\ tres) = 1 - P(No\ acierte\ ninguno) = 1 - P(F \cap F \cap F) = 1 - 0'2 \cdot 0'2 \cdot 0'2$$

$$P(Al\ menos\ acierte\ un\ tiro\ de\ los\ tres) = 1 - 0'008 = 0'992$$

La probabilidad de que acierte en el centro al menos en uno de los tres tiros es **0’992**.

Ejercicio 7

En el siguiente cuadro se representan las horas de estudio de un grupo de 30 alumnos:

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	3	8	7	6	3	3

a) Calcula la moda, la media aritmética y la mediana.

b) Calcula la varianza y la desviación típica.

Solución:

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
0	3	0
1	8	8
2	7	14
3	6	18
4	3	12
5	3	15
TOTAL:	**30**	**67**

Debemos añadir una columna. Se aplica directamente la fórmula:

$$\overline{\mathrm{x}} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{67}{30} \approx \boxed{2'23\ horas}$$

La moda es el valor que tiene mayor frecuencia absoluta.

En este caso: $\boxed{Mo = 1\ hora}$

Ejercicio 7

En el siguiente cuadro se representan las horas de estudio de un grupo de 30 alumnos:

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	3	8	7	6	3	3

a) Calcula la moda, la media aritmética y la mediana.

b) Calcula la varianza y la desviación típica.

Solución:

x_i	f_i	F_i	
0	3	3	3<15; 3<16
1	8	11	11<15; 11<16
2	7	18	18>15; 18>16
3	6	24	
4	3	27	
5	3	30	

TOTAL: 30

Para el cálculo de la mediana, debemos tener en cuenta que el número de datos es par. La mediana es la media de los valores centrales.

$$Pos = \frac{30}{2} = 15 \longrightarrow Me = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} \longrightarrow \boxed{Me = \frac{2+2}{2} = 2}$$

La mediana es la media de los valores centrales: x_{15} y x_{16}

Se compara el valor de la posición con el valor de la frecuencia acumulada para comprobar donde se encuentra el valor de la mediana.

Ejercicio 7

En el siguiente cuadro se representan las horas de estudio de un grupo de 30 alumnos:

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	3	8	7	6	3	3

a) Calcula la moda, la media aritmética y la mediana.

b) Calcula la varianza y la desviación típica.

Solución:

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0	3	0	0
1	8	8	8
2	7	14	28
3	6	18	54
4	3	12	48
5	3	15	75
TOTAL:	**30**	**67**	**213**

En el apartado b) nos piden las medidas de dispersión más comunes.

Lo más práctico es agregar una columna, $x_i^2 \cdot f_i$

Y se aplican las fórmulas correspondientes.

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2 \longrightarrow \sigma^2 = \frac{213}{30} - 2'23^2 \approx \boxed{2'1271\ horas^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \longrightarrow \sigma = \sqrt{2'1271} = \boxed{1'4585\ horas}$$