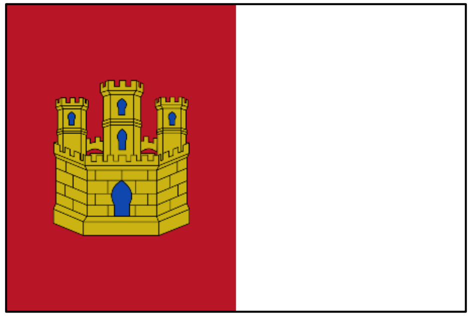
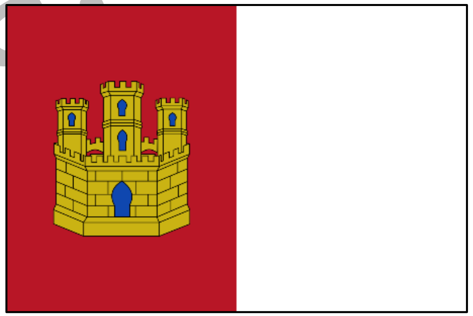
PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR



CASTILLA
LA MANCHA



MATEMÁTICAS
2ª CONVOCATORIA 2022

VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de probabilidad.

Teoría y ejercicios de estadística.

Trigonometría básica (1 de 2)

Exámenes de años anteriores

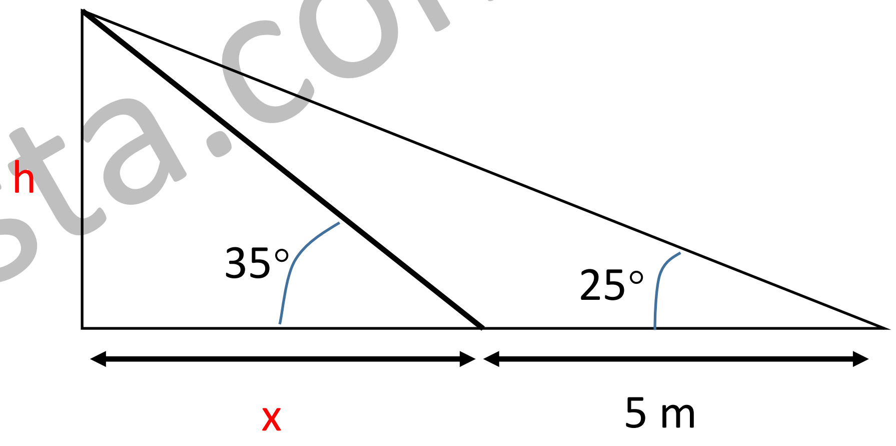
Ejemplo problema sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas

Ejercicio 1

Antonio está descansando en la orilla de un río mientras observa un árbol que está en la orilla opuesta. Mide el ángulo que forma su visual con el punto más alto del árbol y obtiene 35°; se aleja 5 m. y mide el nuevo ángulo, obteniendo en este caso un ángulo de 25°.

Calcula la altura del árbol y la anchura de río.

Solución: Se hace un esquema de la situación:



Se utiliza la tangente de ambos triángulos rectángulos para plantear un sistema de ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} tg(25°) = \dfrac{h}{5+x} \longrightarrow h = tg(25°)\cdot(5+x) \\[2ex] tg(35°) = \dfrac{h}{x} \longrightarrow h = tg(35°)\cdot x \end{array}\right\}$$

Se igualan las ecuaciones. $tg(25°)\cdot(5+x) = tg(35°)\cdot x \longrightarrow 0'466\cdot(5+x) = 0'7x \longrightarrow 2'33 + 0'466x = 0'7x$

$$2'33 = 0'234x \longrightarrow x = \frac{2'33}{0'234} \approx 10\ m$$

Calculo la altura: $h = tg(35°)\cdot 10 \approx 7\ m$

La altura del árbol es de 7 m, y la anchura del río, de 10 m, aproximadamente.

Ejercicio 2

Las edades de los jóvenes que han asistido a un campamento de verano vienen reflejadas en la siguiente tabla:

EDAD	[10, 12)	[12, 14)	[14, 16)	[16, 18)	[18, 20]
Nº DE PERSONAS	10	23	31	19	7

a) Calcula la media y la desviación típica de esta distribución.

b) En otra actividad programada también para ese verano, la edad media de los participantes fue de 13 años, con una desviación típica de 3,2 años. Calcula el coeficiente de variación en los dos casos y compara la dispersión en ambos grupos.

Ejercicio 2

En primer lugar se calcula la marca de clase, haciendo la media aritmética de los extremos del intervalo.

Edad	Número de personas f_i	Marca de Clase x_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[10,12)	10	11	110	1210
[12,14)	23	13	299	3887
[14,16)	31	15	465	6975
[16,18)	19	17	323	5491
[18,20)	7	19	133	2527
TOTALES:	**90**		**1330**	**20090**

A continuación, se calcula el producto $x_i \cdot f_i$.

Se aplica directamente la fórmula, para calcular la media aritmética: $\overline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{1330}{90} \approx 14'78$

Se agrega una columna, $x_i^2 \cdot f_i$. Y se aplican las fórmulas correspondientes.

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i{}^2 \cdot f_i}{N} - (\overline{x})^2 \longrightarrow \quad \sigma^2 = \frac{20090}{90} - 14'78^2 \approx 4'77$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \longrightarrow \quad \sigma = \sqrt{4'77} \approx 2'18$$

La edad media es **14'78 años** y la desviación típica es **2'18 años.**

Ejercicio 2

b) En otra actividad programada también para ese verano, la edad media de los participantes fue de 13 años, con una desviación típica de 3,2 años. Calcula el coeficiente de variación en los dos casos y compara la dispersión en ambos grupos.

Se calcula el coeficiente de variación de Pearson en ambos casos:

$$CV_1 = \frac{\sigma}{\overline{\mathrm{x}}} \cdot 100 = \frac{2'18}{14'78} \cdot 100 \approx 14'75\ \%$$

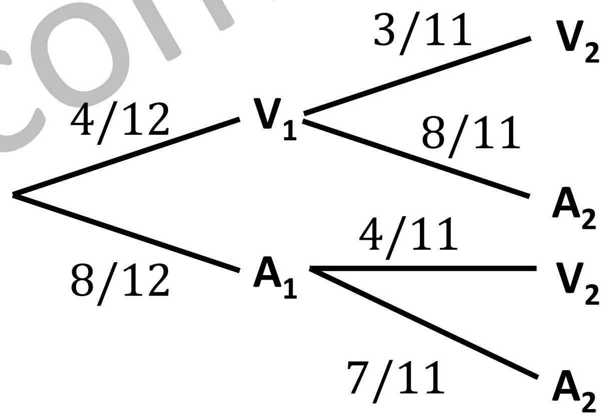
$$CV_2 = \frac{\sigma}{\overline{\mathrm{x}}} \cdot 100 = \frac{3'2}{13} \cdot 100 \approx 24'62\ \%$$

La dispersión es mayor en el segundo caso (**24’62%**) que en el primero (**14’75%**)

Ejercicio 3

Una urna contiene 4 bolas verdes y 8 azules. Si extraemos dos bolas sin reemplazamiento, es decir, sin devolverlas a la urna en cada caso. Calcula la probabilidad de que las dos bolas:

a) Sean azules.   b) Sean del mismo color.



Solución: Este ejercicio puede plantearse con ayuda de un diagrama de árbol.

Para el primer apartado se aplica el principio de multiplicación.

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) = \frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} = \frac{\mathbf{56}}{\mathbf{132}} = \frac{\mathbf{14}}{\mathbf{33}}$$

$\boxed{\text{La probabilidad de que salgan dos bolas azules es } \mathbf{14/33.}}$

Para el segundo se aplica el principio de multiplicación y se suman las probabilidades de las dos ramas.

$$P(V_1 \cap V_2) + P(A_1 \cap A_2) = P(V_1) \cdot P(V_2/V_1) + P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} = \frac{12}{132} + \frac{56}{132} = \frac{68}{132} = \frac{\mathbf{17}}{\mathbf{33}}$$

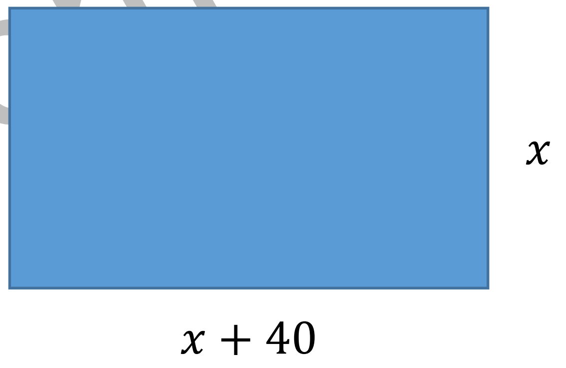
$\boxed{\text{La probabilidad de que las bolas sean del mismo color es } \mathbf{17/33.}}$

Ejercicio 4

Un campo de baloncesto, de forma rectangular, tiene 40 m más de largo que de ancho. Calcula las dimensiones de dicho campo sabiendo que el área es de 2.680’25 m^2.

Solución:

Se hace un esquema del campo y se definen las incógnitas sobre el propio esquema.



Se plantea la ecuación a partir de la fórmula de la superficie de un rectángulo.

$$(x+40)\cdot x = 2680'25 \longrightarrow x^2 + 40x - 2680'25 = 0$$

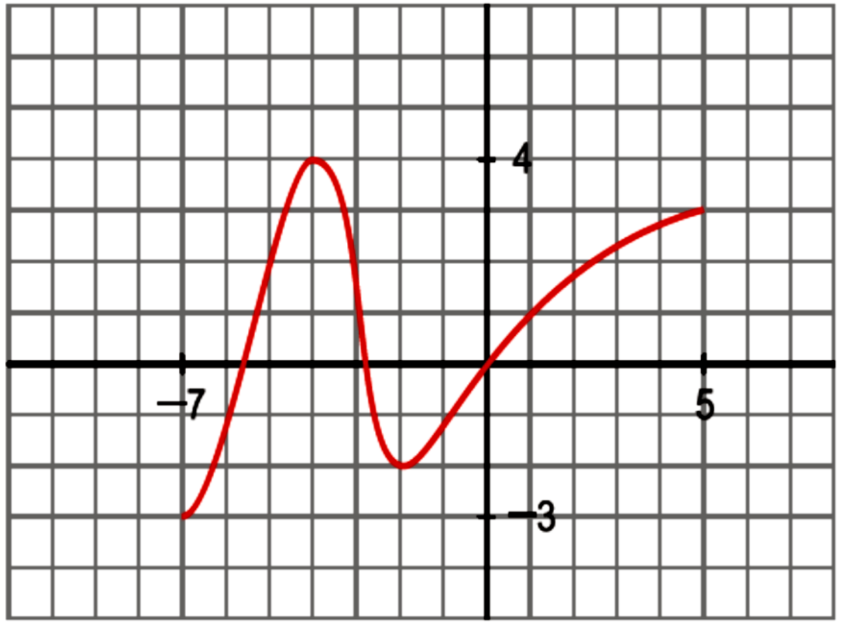
Se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-40 \pm \sqrt{40^2 - 4\cdot 1\cdot(-2680'25)}}{2\cdot 1} = \frac{-40 \pm \sqrt{1600+10721}}{2} = \frac{-40 \pm 111}{2} = \begin{cases} x = 35'5 \\ x = -75'5 \end{cases}$$

Se descarta la solución negativa.

El largo de la pista es **75’5 metros** y el ancho es **35’5 metros**.

Ejercicio 5



Dada la gráfica de la función f, responde a las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el dominio y el recorrido (o imagen) de la función?

b) Indica los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función.

c) Indica los máximos y mínimos de la función en el intervalo [−5, 5]

d) Obtener ecuación de la recta que pasa por el máximo y el mínimo relativos.

Solución:

a) El dominio de la función es: $x \in [-7,5]$

El recorrido de la función es: $y \in [-3,4]$

b) La función es creciente si: $x \in (-7,-4) \cup (-2,5)$

La función es decreciente si: $x \in (-4,-2)$

c) La función tiene un máximo relativo en: $A = (-4,4)$

La función tiene un mínimo relativo en: $B = (-2,-2)$

d) La ecuación de la recta la calcularé mediante la ecuación punto pendiente. $y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$

Siendo la pendiente: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-4}{-2-(-4)} = \frac{-6}{2} = -3$

La ecuación de la recta es: $y - 4 = -3 \cdot (x+4) \longrightarrow \boxed{\mathbf{3x + y + 8 = 0}}$

Ejercicio 6

Una población que tenía inicialmente 300 individuos va creciendo a un ritmo del 12% cada año.

a) ¿Cuántos individuos habrá dentro de un año? ¿Y dentro de 3 años?

b) Halla la función que nos da el número de individuos según los años transcurridos.

Solución:

Se define la función que proporciona la población en función del tiempo. $y = 300 \cdot 1'12^x$

Siendo x el número de años transcurridos e y la población de ese año.

Dentro de un año habrá: $y = 300 \cdot 1'12^1 = 336\ individuos$

Dentro de tres años habrá: $y = 300 \cdot 1'12^3 \approx 421\ individuos$

Dentro de un año habrá **336 individuos** y dentro de 3 años habrá **421 individuos**.

La función se definió al principio del ejercicio es: $\boldsymbol{y = 300 \cdot 1'12^x}$