PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

CASTILLA LA MANCHA

MATEMÁTICAS

1ª CONVOCATORIA 2022

VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de probabilidad.

Teoría y ejercicios de estadística.

Trigonometría básica (1 de 2)

Exámenes de años anteriores

Ejemplo problema sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas

Ejercicio 1 (Idéntico al del año 2013, Junio, Opción A)

Resuelve, indicando todos los pasos y dando la solución de la manera más simplificada posible, las siguientes operaciones:

$$a)\ \left[\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+5\right]-3\cdot\left[4:\left(\frac{3}{5}+1\right)\right]=\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2-1}{4}\right)+5\right]-3\cdot\left[4:\left(\frac{3+5}{5}\right)\right]=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+5\right)-3\cdot\left[4:\left(\frac{8}{5}\right)\right]=$$

$$=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+5\right)-3\cdot\frac{20}{8}=\left(\frac{8+3+120}{24}\right)-\frac{60}{8}=\frac{131}{24}-\frac{60}{8}=\frac{131-180}{24}=\boxed{\mathbf{\frac{-49}{24}}}$$

$$b)\ \frac{\sqrt{2\cdot\sqrt[4]{2}}}{\sqrt{2}:\sqrt[4]{2^3}}=\frac{\sqrt{\sqrt[4]{2\cdot 2^4}}}{\sqrt[4]{2^2}:\sqrt[4]{2^3}}=\frac{\sqrt{\sqrt[4]{2^5}}}{\sqrt[4]{2^{-1}}}=\frac{\sqrt[8]{2^5}}{\sqrt[4]{2^{-1}}}=\frac{\sqrt[8]{2^5}}{\sqrt[8]{2^{-2}}}=\sqrt[8]{2^{5-(-2)}}=\boxed{\sqrt[8]{\mathbf{2^7}}}$$

JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

1) PARÉNTESIS
2) POTENCIAS Y RADICALES
3) MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN
4) SUMA Y RESTA

Ejercicio 2 (Idéntico al del año 2013, Junio, Opción B)

Sean las rectas: $r \equiv \begin{cases} x = -2 & +3t \\ y = & -t \end{cases}$ $\qquad s \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y+5}{3}$

a) Halla el ángulo formado por las rectas r y s. b) Halla las coordenadas del punto de corte.

Solución:

Se obtienen a partir de las ecuaciones los vectores directores de las rectas r y s. $\vec{v_r} = (3,-1) \quad \vec{v_s} = (-2,3)$

Se aplica la fórmula correspondiente para obtener el ángulo entre los dos vectores directores. Dicho ángulo será el mismo que forman las rectas. $cos(\alpha) = \frac{|\vec{v_r} \cdot \vec{v_s}|}{|\vec{v_r}| \cdot |\vec{v_s}|}$

$$cos(\alpha) = \frac{|(3,-1)\cdot(-2,3)|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{(-2)^2+3^2}} = \frac{|(3\cdot(-2)-1\cdot 3|}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{13}} = \frac{9}{\sqrt{130}}$$

$$\alpha = arccos\left(\frac{9}{\sqrt{130}}\right) \approx 0'661\ rad \approx 37'875°$$

El ángulo formado por las rectas es **37'875°**

Ejercicio 2 (Idéntico al del año 2013, Junio, Opción B)

Sean las rectas: $\boldsymbol{r \equiv \begin{cases} x = -2 & +3t \\ y = & \text{-t} \end{cases}}$ $\qquad \boldsymbol{s \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y+5}{3}}$

a) Halla el ángulo formado por las rectas r y s. b) Halla las coordenadas del punto de corte.

Solución: Se obtienen las ecuaciones generales de ambas rectas.

$$r \equiv \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -t \end{cases} \longrightarrow r \equiv \frac{x+2}{3} = \frac{y}{-1} \longrightarrow r \equiv -x - 2 = 3y \longrightarrow r \equiv x + 3y + 2 = 0$$

$$s \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y+5}{3} \longrightarrow s \equiv 3x - 3 = -2y - 10 \longrightarrow s \equiv 3x + 2y + 7 = 0$$

Se resuelve el sistema de ecuaciones que forman ambas rectas mediante el método de sustitución.

$$\begin{cases} x + 3y = -2 \longrightarrow x = -2 - 3y \\ 3x + 2y = -7 \longrightarrow 3 \cdot (-2 - 3y) + 2y = -7 \longrightarrow -6 - 9y + 2y = -7 \longrightarrow -7y = -1 \longrightarrow y = \dfrac{1}{7} \end{cases}$$

Se calcula el valor de x, sustituyendo en la primera ecuación despejada. $x = -2 - 3 \cdot \frac{1}{7} = -\frac{17}{7}$

Las coordenadas del punto de corte entre ambas rectas vienen dadas por el punto $\boldsymbol{P = \left(-\frac{17}{7}, \frac{1}{7}\right)}$

EJERCICIO 3(parecido al del año 2013, Junio, Opción A)

Para hacer un foso de 527 m^3 un equipo de 85 obreros han necesitado 23 horas, si 75 obreros tienen que hacer otro foso de 372 m^3. ¿Cuántas horas harán falta?

Solución:

Se plantea una regla de 3 compuesta.

D

I

Capacidad	Obreros	horas
527	85	23
372	75	x

A mayor número de obreros trabajando, menor número de horas se tardará en hacer un foso de una determinada capacidad. Por ello la relación entre el número de obreros y el número de horas es **inversamente proporcional**.

A mayor capacidad del foso, mayor número de horas se serán necesarios manteniendo el número de obreros constante. Por ello la relación entre la capacidad del foso y el número de horas es **directamente proporcional**.

Se plantea la ecuación de la regla de 3 compuesta.

$$\frac{527}{372}\cdot\frac{75}{85}=\frac{23}{\mathrm{x}} \longrightarrow \frac{39525}{31620}=\frac{23}{\mathrm{x}} \longrightarrow x=\frac{23\cdot 31620}{39525} \longrightarrow x=18'4\ horas$$

75 obreros necesitarán **18’4 horas** para hacer un foso de 372 m^3.

Ejercicio 4 (Idéntico al del año 2013, Junio, Opción B)

Hace 6 años, la edad de mi hermano mayor era el triple que la mía. Dentro de 10 años, la edad de mi hermano será el doble que la mía, menos 8 años. Calcula las edades de ambos.

Solución: Para resolver el ejercicio podemos plantear un sistema de ecuaciones.

Se define x=mi edad actual; y=edad actual de mi hermano.

En los ejercicios de edades, es conveniente resumir los datos en una tabla para facilitar el planteamiento de las ecuaciones.

	Edad actual	**Edad hace 6 años**	**Edad dentro de 10 años**
Mi edad	**x**	$x-6$	$x+10$
Edad de mi hermano	**y**	$y-6$	$y+10$

Se traduce del español al lenguaje algebraico.

"Hace seis años, la edad de mi hermano mayor era el triple que la mía." $y-6=3\cdot(x-6)$

"Dentro de 10 años, la edad de mi hermano será el doble que la mía menos 8 años." $y+10=2\cdot(x+10)-8$

A partir de ambas ecuaciones se plantea un sistema y se resuelve para obtener las edades de los hermanos. Se hace en la siguiente diapositiva.

Ejercicio 4 (Idéntico al del año 2013, Junio, Opción B)

Se arregla el sistema para poder resolverlo más fácilmente.

$$\begin{cases} y - 6 = 3 \cdot (x - 6) \\ y + 10 = 2 \cdot (x + 10) - 8 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} y - 6 = 3x - 18 \\ y + 10 = 2x + 20 - 8 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -3x + y = -12 \\ -2x + y = 2 \end{cases}$$

Se despeja y de ambas ecuaciones y se resuelve el sistema por el método de igualación.

$$\begin{cases} y = 3x - 12 \\ y = 2x + 2 \end{cases} \longrightarrow 3x - 12 = 2x + 2 \longrightarrow x = 14$$

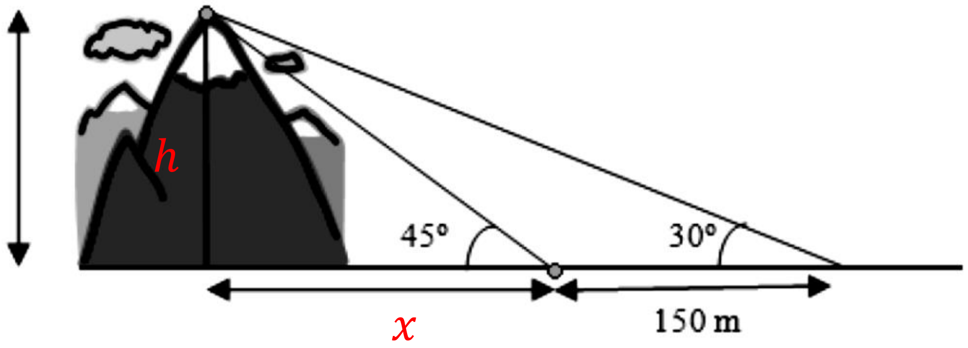
Se sustituye en una de las dos ecuaciones.

$$y = 3x - 12 \longrightarrow y = 3 \cdot 14 - 12 = 42 - 12 = 30$$

Las edades de los hermanos son **14 años y 30 años**.

Ejercicio 5 (Idéntico al del año 2013, Junio, Opción B)

Calcula la altura de la montaña con los datos que aparecen en el dibujo:



Se utiliza la tangente de ambos triángulos rectángulos para plantear un sistema de ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} tg(30°) = \dfrac{h}{150 + x} \longrightarrow h = tg(30°) \cdot (150 + x) \\[2ex] tg(45°) = \dfrac{h}{x} \longrightarrow h = tg(45°) \cdot x \end{array}\right\}$$

Se igualan las ecuaciones. $tg(30°) \cdot (150 + x) = tg(45°) \cdot x \longrightarrow 0'577 \cdot (150 + x) = x$

$$86'55 + 0'577 \cdot x = x \longrightarrow 86'55 = 0'423x \longrightarrow x = \frac{86'55}{0'423} = 204'6\, m$$

Calculo la altura: $h = tg(45°) \cdot 204'6 = 204'6\, m$

La altura de la montaña es **204'6 metros**.

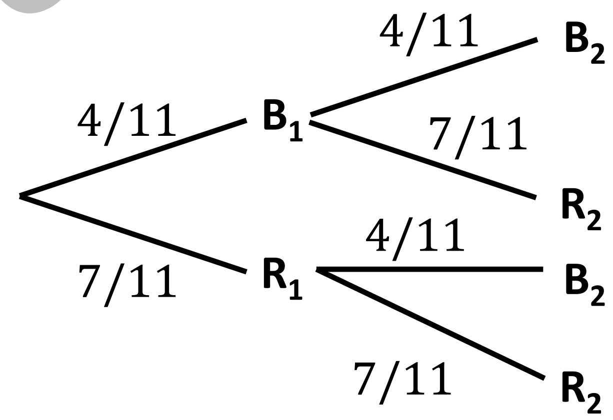
Ejercicio 6 (Idéntico al del año 2013, Junio, Opción B)

Una urna contiene 4 bolas blancas y 7 rojas. Se realizan dos extracciones devolviendo la bola extraída.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que las 2 bolas extraídas sean rojas?

b) Si la primera bola es roja. ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda sea blanca?

c) Responde a las mismas cuestiones en el caso de que no se devuelva la bola.



Solución: Este ejercicio puede plantearse con ayuda de un diagrama de árbol.

Para el primer apartado se aplica el principio de multiplicación

$$P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \cdot P(R_2/R_1) = \frac{7}{11} \cdot \frac{7}{11} = \mathbf{\frac{49}{121}}$$

La probabilidad de que salgan dos bolas rojas es **49/121.**

Para el segundo apartado podemos obtener el resultado directamente del diagrama.

$$P(B_2/R_1) = \frac{4}{11}$$

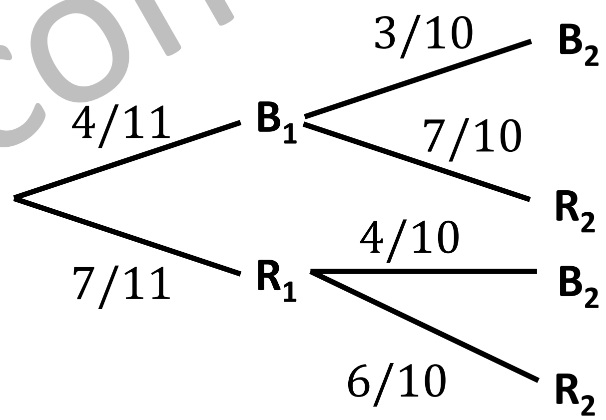
Recuerda que las probabilidades que aparecen en la segunda línea del diagrama de árbol son las probabilidades condicionadas a la primera línea.

Si la primera bola es roja la probabilidad de que la segunda sea blanca es **4/11.**

Ejercicio 6 (Idéntico al del año 2013, Junio, Opción B)

Una urna contiene 4 bolas blancas y 7 rojas. Se realizan dos extracciones devolviendo la bola extraída.

c) Responde a las mismas cuestiones en el caso de que no se devuelva la bola.



Solución: Cambiamos las probabilidades de la segunda línea del diagrama de árbol.

Para el primer apartado se aplica el principio de multiplicación

$$P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \cdot P(R_2/R_1) = \frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} = \mathbf{\frac{42}{110}} = \mathbf{\frac{21}{55}}$$

La probabilidad de que salgan dos bolas rojas es **21/55.**

Para el segundo apartado podemos obtener el resultado directamente del diagrama.

$$P(B_2/R_1) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Recuerda que las probabilidades que aparecen en la segunda línea del diagrama de árbol son las probabilidades condicionadas a la primera línea.

Si la primera bola es roja la probabilidad de que la segunda sea blanca es **2/5.**