PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

CASTILLA LA MANCHA

MATEMÁTICAS

1ª CONVOCATORIA 2021

VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de probabilidad.

Matrices y determinantes.
Teoría y ejercicios.

Ejemplo problema sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas

PAU Comunidad Valenciana
Junio 2021

Ejemplo problema sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas

PAU Comunidad Valenciana
Septiembre 2020

Teoría y ejercicios de estadística.

Ejercicio 1

Évariste Galois, Niels Abel y Srinivasa Ramanujan fueron tres genios matemáticos que antes de sus prematuras muertes dejaron desarrollada una importante obra matemática. Calcula las edades que tenían cuando fallecieron, sabiendo que su suma es 78, que su media aritmética coincide con la edad de Abel, y que cuatro veces la edad de Ramanujan más dos veces la de Abel es nueve veces la edad de Galois.

a) Formula el sistema de ecuaciones asociado al enunciado anterior.

b) Resuelve el sistema anterior para calcular dichas edades.

Solución:

Se definen las incógnitas del problema.

x= edad de Galois.
y= edad de Abel.
z= edad de Ramanujan.

Traducimos del español al lenguaje algebraico.

"sabiendo que su suma es 78" $x+y+z=78$

"su media aritmética coincide con la edad de Abel" $\frac{x+y+z}{3}=y \longrightarrow x+y+z=3y \longrightarrow x-2y+z=0$

"cuatro veces la edad de Ramanujan más dos veces la de Abel es nueve veces la edad de Galois"

$$4z+2y=9x \longrightarrow 9x-2y-4z=0$$

Ejercicio 1

Quedando el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x+y+z=78 \\ x-2y+z=0 \\ 9x-2y-4z=0 \end{cases}$

Determinantes

Resolveré el sistema de ecuaciones utilizando la regla de Cramer:

$$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} \color{red}{78} & 1 & 1 \\ \color{red}{0} & -2 & 1 \\ \color{red}{0} & -2 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 9 & -2 & -4 \end{vmatrix}}=\frac{780}{39}=\mathbf{20}$$

$$y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 1 & \color{red}{78} & 1 \\ 1 & \color{red}{0} & 1 \\ 9 & \color{red}{0} & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 9 & -2 & -4 \end{vmatrix}}=\frac{1014}{39}=\mathbf{26}$$

$$z=\frac{|A_z|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & \color{red}{78} \\ 1 & -2 & \color{red}{0} \\ 9 & -2 & \color{red}{0} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 9 & -2 & -4 \end{vmatrix}}=\frac{1248}{39}=\mathbf{32}$$

Solución: la edad de Évariste Galois era de **20 años**, la de Niels Abel era de **26 años** y la de Srinivasa Ramanujan era de **32 años.**

Ejercicio 2

Reparte 180 bombones de forma inversamente proporcional a las edades de Lidia, Ernesto y Rodrigo, que tienen, respectivamente, 3, 4 y 6 años.

Solución:

Este ejercicio de reparto inverso se puede hacer de varias formas. Explicaré una de las más habituales.

Obtenemos los inversos de las edades. $\frac{1}{3};\frac{1}{4};\frac{1}{6}$

Convertimos las fracciones a denominador común (que es el mcm). En este caso es 12. $\frac{4}{12};\frac{3}{12};\frac{2}{12}$

Realizamos un reparto directamente proporcional a los numeradores: 4, 3 y 2. $\frac{x}{4}=\frac{y}{3}=\frac{z}{2}=\frac{x+y+z}{4+3+2}=\frac{180}{9}=20$

Calculo x, y y z. $\frac{x}{4}=20 \longrightarrow x=80$

$$\frac{y}{3}=20 \longrightarrow y=60$$

$$\frac{z}{2}=20 \longrightarrow z=40$$

Solución: Al menor le tocan **80 bombones**, al mediano **60 bombones** y al mayor **40 bombones**.

Ejercicio 3

Un coche deportivo cuesta 70000€ y cada año se devalúa un 15% de modo que su precio, transcurridos t años desde que se compró, viene dado por la función: $P(t) = 70000 \cdot 0'85^t$

a) ¿Cuánto se devaluó el primer año?

b) ¿Cuál era el precio del coche a los tres años?

c) ¿Cuántos años tienen que transcurrir para que valga menos de la mitad?

Solución: a) El primer año se devaluó un 15% de 70000. $15\%\ de\ 70000 = 0'15 \cdot 70000 = 10500$ €

Solución: El primer año se devaluó **10.500 €**.

b) El precio del coche a los tres años se calcula sustituyendo t por 3. $P(3) = 70000 \cdot 0'85^3 = 42988'75$ €

Solución: El precio del coche a los 3 años es **42.988'75 €**.

c) Se sustituye el precio por 35.000 y se despeja el tiempo. $35000 = 70000 \cdot 0'85^t \longrightarrow 0'5 = 0'85^t$

Debemos tomar logaritmos para despejar. $Ln(0'5) = Ln(0'85^t) \longrightarrow Ln(0'5) = t \cdot Ln(0'85)$

$$t = \frac{Ln(0'5)}{Ln(0'85)} = 4'265\ años$$

Solución: Deben transcurrir **5 años** para que el coche valga menos de la mitad.

Ejercicio 4

Dada la recta r:3x+5y−15=0, halla:

a) La ecuación de una recta paralela a ella que pase por el punto $P(-2,1)$.

b) La longitud del segmento determinado por los puntos de corte de dicha recta con los ejes de coordenadas.

Solución:

Una recta paralela a la dada sería 3x+5y+D=0. Para calcular D, se sustituyen las coordenadas de P en la ecuación.

$$3\cdot(-2)+5\cdot 1+D=0 \longrightarrow D=1$$

La ecuación de la recta pedida es: **3x+5y+1=0**

Calculo los puntos de corte de la recta r con los ejes.

$$Eje\ X\ (y=0):\quad 3x+5\cdot 0-15=0 \longrightarrow x=5 \quad \boldsymbol{A=(5,0)}$$

$$Eje\ Y\ (x=0):\quad 3\cdot 0+5y-15=0 \longrightarrow y=3 \quad \boldsymbol{B=(0,3)}$$

La distancia entre dos puntos se calcula como el módulo del vector que definen.

Calculo el vector: $\overrightarrow{AB}=B-A=(0,3)-(5,0)=(-5,3)$

Y su módulo: $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(-5)^2+3^2}=\sqrt{34}$

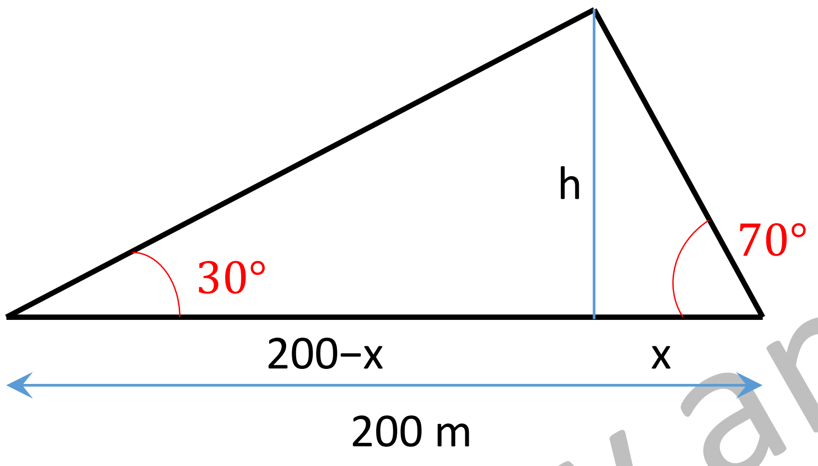
La longitud pedida es $\boldsymbol{\sqrt{34}}$ **unidades**.

Ejercicio 5

Dos amigos han visto en el cielo un globo aerostático situado entre ellos y en el mismo plano desde dos puntos situados a 200 m de distancia, con ángulos de elevación de 30° y 70°, respectivamente. Halla la altura a la que se encuentra dicho globo.

Solución:

Se hace un esquema de la situación.



Se utiliza la tangente de ambos triángulos rectángulos para plantear un sistema de ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} tg(30°) = \dfrac{h}{200-x} \\[2ex] tg(70°) = \dfrac{h}{x} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \longrightarrow h = tg(30°)\cdot(200-x) \\[2ex] \longrightarrow h = tg(70°)\cdot x \end{array}$$

Se igualan las ecuaciones. $tg(30°)\cdot(200-x) = tg(70°)\cdot x \longrightarrow 0'577\cdot(200-x) = 2'747\cdot x$

$$115'5 - 0'577\cdot x = 2'747\cdot x \longrightarrow 115'5 = 3'324\cdot x \longrightarrow x = \frac{115'5}{3'324} = 34'75\ m$$

Calculo la altura: $h = tg(70°)\cdot 34'75 = 95'47\ m$

La altura del globo es **95'47 metros.**

Ejercicio 6

Se ha realizado una encuesta sobre el número de televisores que hay en los hogares obteniéndose los resultados siguientes.

Nº de TV	1	2	3	4	5
Nº hogares	14	24	6	4	2

a) Haz una tabla con los valores de la variable, las frecuencias absolutas y las frecuencias absolutas acumuladas.

b) Calcula la moda, la media aritmética y la mediana.

c) Calcula la varianza y la desviación típica.

Solución:

x_i	f_i	F_i
1	14	14
2	24	38
3	6	44
4	4	48
5	2	50
TOTAL:	**50**	

Debemos añadir una columna, en la que se obtiene la frecuencia acumulada.

Ejercicio 6

x_i	f_i	F_i		
1	14	14	14<25	14<26
2	24	38	38>25	38>26
3	6	44		
4	4	48		
5	2	50		
TOTAL:	**50**			

En el apartado b) nos piden las medidas de centralización.

La moda es el valor que tiene mayor frecuencia absoluta. En este caso es: $\boxed{\boldsymbol{Mo = 2}}$

Para el cálculo de la mediana, debemos tener en cuenta que el número de datos es par. Por ello, la mediana es la media aritmética de los dos valores centrales.

$$Pos = \frac{50}{2} = 25 \longrightarrow Me = \frac{x_{25} + x_{26}}{2} \longrightarrow \boxed{\boldsymbol{Me = \frac{2+2}{2} = 2}}$$

Se compara el valor de la posición con el valor de la frecuencia acumulada para comprobar donde se encuentra los valores x_{25} y x_{26}.

Ejercicio 6

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
1	14	14
2	24	48
3	6	18
4	4	16
5	2	10
TOTAL:	**50**	**106**

Debemos añadir una columna.

Se aplica directamente la fórmula:

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N}$$

$$\overline{x} = \frac{106}{50} = \boxed{2'12}$$

Teoría y ejercicios de estadística.

Ejercicio 6

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
1	14	14	14
2	24	48	96
3	6	18	54
4	4	16	64
5	2	10	50
TOTAL:	**50**	**106**	**278**

Teoría y ejercicios de estadística.

En el apartado c) nos piden las medidas de dispersión más comunes.

Lo más práctico es agregar una columna, $x_i^2 \cdot f_i$

Y se aplican las fórmulas correspondientes.

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\overline{x})^2 \longrightarrow \sigma^2 = \frac{278}{50} - 2'12^2 \approx \boxed{1'0656}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \longrightarrow \sigma = \sqrt{1'0656} = \boxed{1'0322}$$