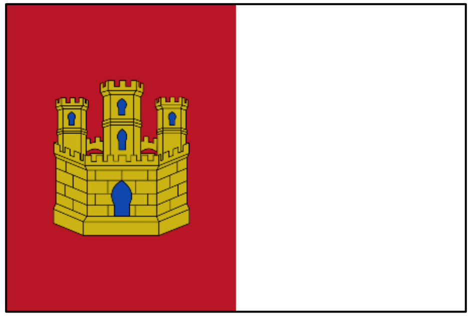
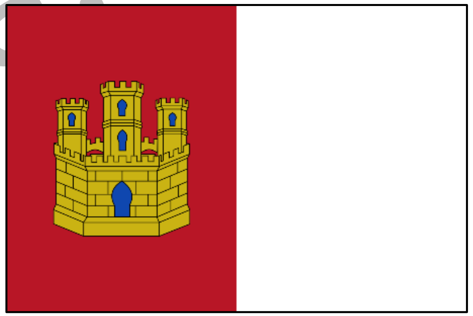
# PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR



## CASTILLA LA MANCHA





# MATEMÁTICAS

## 1ª convocatoria 2019

# VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Ejercicios de funciones cuadráticas
NIVEL ALTO

Ejemplo problema sistema de
3 ecuaciones con 3 incógnitas

PAU Comunidad Valenciana
Septiembre 2020

Matrices y determinantes.
Teoría y ejercicios.

Ejemplo problema sistema de
3 ecuaciones con 3 incógnitas

PAU Comunidad Valenciana
Junio 2021

# Ejercicio 1

El Banco de Hierro ofrece a la familia Lannister un plan de inversión para financiar sus guerras en Invernalia. La rentabilidad de dicho plan, r(x) en lingotes de oro, vienen dada en función de la cantidad que se invierte, x, en lingotes de oro, por medio de la siguiente expresión $r(x) = -0{,}001x^2 + 0{,}4x + 2$. Se pide:

a) Deducir y razonar qué cantidad de lingotes de oro conviene invertir para obtener los máximos beneficios.

b) ¿Cuáles son esos beneficios?

Solución:

La función de rentabilidad es una función cuadrática. Como el coeficiente de la función cuadrática es negativo, el máximo de dicha función se encuentra en su vértice. Calculo la componente x del vértice:

$$v_x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0'4}{2 \cdot (-0'001)} = 200 \; lingotes \; de \; oro$$

**Solución**: Deben invertir **200 lingotes** de oro para obtener la máxima rentabilidad.

Se sustituye x=200 para obtener la máxima rentabilidad:

$$r(200) = -0'001 \cdot (200)^2 + 0'4 \cdot 200 + 2 = 42 \; lingotes \; de \; oro$$

**Solución**: Obtendrán **42 lingotes** de oro como máximo.

# Ejercicio 2

La edad, en años, de Manuel, es el doble que la suma de las edades de sus dos hijas, Paula y María. A su vez, Paula es tres años mayor que María. Si, dentro de 10 años, la edad del padre sobrepasa en 11 años a la suma de las edades de sus hijas:

a) Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) Determina la edad actual de cada uno de ellos.

Solución:

Se definen las incógnitas del problema.

| |
|---|
| x= edad de Manuel |
| y= edad de Paula |
| z= edad de María |

Traducimos del español al lenguaje algebraico.

*"La edad, en años, de Manuel, es el doble que la suma de las edades de sus dos hijas, Paula y María"*

$$x = 2 \cdot (y + z) \longrightarrow x = 2y + 2z \longrightarrow \mathrm{x} - 2y - 2z = 0$$

*"Paula es tres años mayor que María"*

$$y = z + 3 \longrightarrow y - z = 3$$

*"dentro de 10 años, la edad del padre sobrepasa en 11 años a la suma de las edades de sus hijas"*

$$x + 10 = y + 10 + z + 10 + 11 \longrightarrow x - y - z = 21$$

# Ejercicio 2

Quedando el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x-2y-2z=0 \\ y-z=3 \\ x-y-z=21 \end{cases}$

Determinantes

Resolveré el sistema de ecuaciones utilizando la regla de Cramer:

$$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 21 & -1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}}=\frac{84}{2}=\mathbf{42}$$

$$y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & 21 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}}=\frac{24}{2}=\mathbf{12}$$

$$z=\frac{|A_z|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 21 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}}=\frac{18}{2}=\mathbf{9}$$

**Solución**: Manuel (el padre) tiene **42 años**, Paula (hija mayor) tiene **12 años** y María (hija menor) tiene **9 años**.

# Ejercicio 3

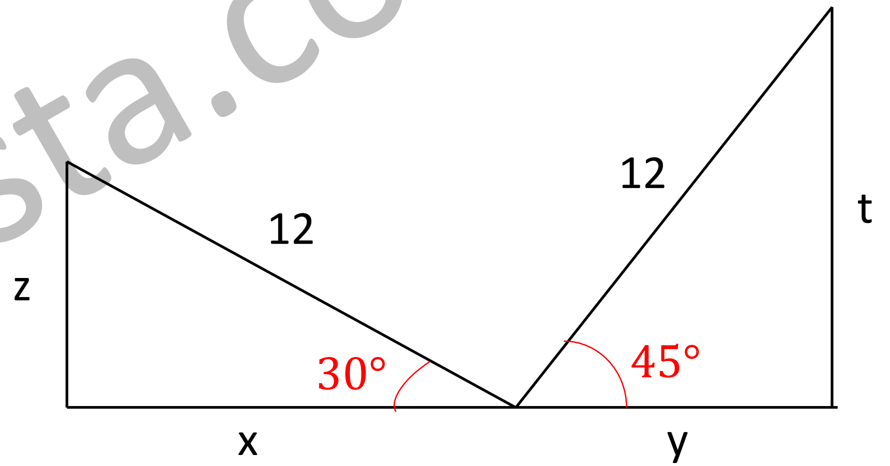
Una escalera de bomberos de 12 metros de longitud se ha fijado en un punto de la calle. Si se apoya en una de las fachadas forma un ángulo con el suelo de 45° y si se apoya sobre la otra, forma un ángulo de 30°

a) Calcula la anchura de la calle.

b) ¿Qué altura alcanza la escalera sobre cada fachada?

Solución:

Se hace un esquema de la situación.




Se aplican las definiciones de las razones trigonométricas.

$$cos(30°) = \frac{x}{12} \longrightarrow x = 12 \cdot \cos(30°) = \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{2} \approx 10'39\ m$$

$$cos(45°) = \frac{y}{12} \longrightarrow y = 12 \cdot \cos(45°) = \frac{12 \cdot \sqrt{2}}{2} \approx 8'49\ m$$

$$sen(30°) = \frac{z}{12} \longrightarrow z = 12 \cdot sen(30°) = \frac{12 \cdot 1}{2} = 6\ m$$

$$sen(45°) = \frac{t}{12} \longrightarrow t = 12 \cdot sen(45°) = \frac{12 \cdot \sqrt{2}}{2} \approx 8'49\ m$$

La anchura de la calle es: $A = x + y = 10'39 + 8'49 \approx \boxed{\mathbf{18'88\ m}}$

$\boxed{\text{Las alturas que alcanza la escalera son: } \mathbf{6\ m\ y\ 8'49\ m}}$

# Ejercicio 4

Averigua el valor del parámetro m para que la recta r: 2x + my – 2 = 0 y la recta s: (m-3)x +5y – 9 = 0 sean:

a) Paralelas. b) Perpendiculares.

Solución:

Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales. Calculo las pendientes de r y s.

Pendiente de r: $m_r = \frac{-2}{m}$ Pendiente de s: $m_s = \frac{-(m-3)}{5}$

Igualo las pendientes: $\frac{\cancel{-}2}{m} = \frac{\cancel{-}(m-3)}{5} \longrightarrow 10 = m^2 - 3m \longrightarrow m^2 - 3m - 10 = 0$

Se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$m = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1} \longrightarrow m = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} \longrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{m_1} = \frac{3+7}{2} = \mathbf{5} \\ \boldsymbol{m_2} = \frac{3-7}{2} = \mathbf{-2} \end{cases}$$

Para que las rectas sean paralelas: $\boldsymbol{m_1 = 5}$ **y** $\boldsymbol{m_2 = -2}$

# Ejercicio 4

Averigua el valor del parámetro m para que la recta r: 2x + my – 2 = 0 y la recta s: (m-3)x +5y – 9 = 0 sean:

a) Paralelas. b) Perpendiculares.

Solución:

Dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es menos uno. Recuerdo las pendientes de r y s.

Pendiente de r: $m_r = \frac{-2}{m}$ Pendiente de s: $m_s = \frac{-(m-3)}{5}$

Aplico la condición:

$$\frac{\cancel{-}2}{m} \cdot \frac{\cancel{-}(m-3)}{5} = -1 \longrightarrow \frac{2m-6}{5m} = -1 \longrightarrow 2m-6 = -5m \longrightarrow 7m = 6 \longrightarrow m = \frac{6}{7}$$

Para que las rectas sean perpendiculares: $\boldsymbol{m = 6/7}$

# Ejercicio 5

Cuatro trabajadores de una empresa se reparten 860€ al final de mes de manera inversamente proporcional a la cantidad de días que han faltado a trabajar. Los días que han faltado han sido 2, 4, 5 y 8. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?

Solución: Este ejercicio de reparto inverso se puede hacer de varias formas. Explicaré una de las más habituales.

Obtenemos los inversos del número de días faltados. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{8}$

Convertimos las fracciones a denominador común (que es el mcm). En este caso es 40. $\frac{20}{40}; \frac{10}{40}; \frac{8}{40}; \frac{5}{40}$

Realizamos un reparto directamente proporcional a los numeradores: 20, 10, 8 y 5.

$$\frac{x}{20} = \frac{y}{10} = \frac{z}{8} = \frac{t}{5} = \frac{x+y+z+t}{20+10+8+5} = \frac{860}{43} = 20$$

Calculo x, y ,z y t.

$$\frac{x}{20} = 20 \longrightarrow x = 400 \qquad \frac{z}{8} = 20 \longrightarrow z = 160$$

$$\frac{y}{10} = 20 \longrightarrow y = 200 \qquad \frac{z}{5} = 20 \longrightarrow z = 100$$

**Solución**: El trabajador que ha faltado 2 días ha cobrado **400 €**, el que faltó 4 días, ha cobrado **200€**, el que faltó 5 días cobró **160 €** y el que más faltó, cobró **100 €**.

# Ejercicio 6

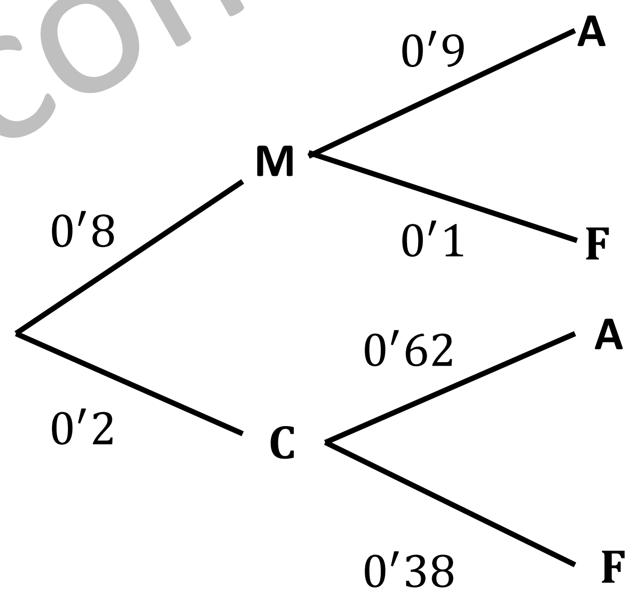
El equipo de fútbol-sala local tiene dos jugadoras encargadas de tirar los penaltis. La probabilidad de que María lance un penalti es del 80% y de que lo lance su compañera Candela del 20%. Sabiendo que María tiene un porcentaje de acierto del 90% y Candela un porcentaje de acierto del 62%, calcula la probabilidad de que:

a) El equipo consiga un gol al lanzar un penalti.

b) Lo haya lanzado María sabiendo que el penalti se ha fallado.

Solución:

Se construye el diagrama de árbol que represente la situación.



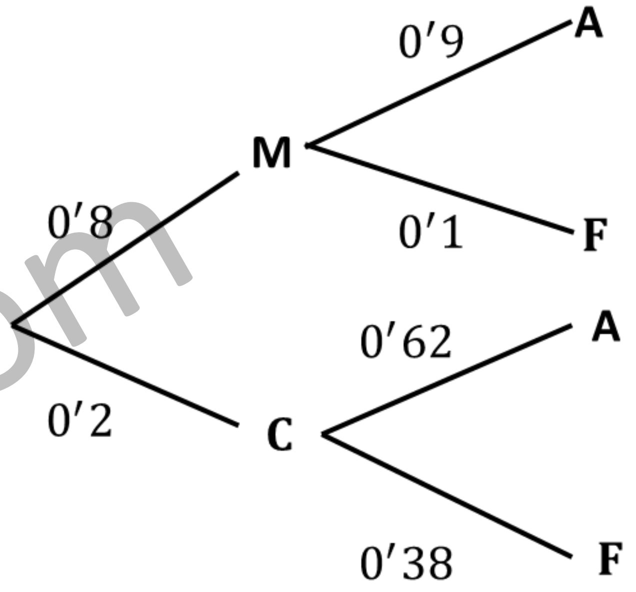

a) Se aplica el teorema de la probabilidad total para calcular la probabilidad de conseguir gol.

$$P(A) = P(M) \cdot P(A/M) + P(C) \cdot P(A/C)$$

$$P(A) = 0'8 \cdot 0'9 + 0'2 \cdot 0'62 = 0'844$$

| La probabilidad de que consiga gol al lanzar un penalti es **0'844**. |
|---|

# Ejercicio 6




b) Lo haya lanzado María sabiendo que el penalti se ha fallado.

Se aplica el teorema de Bayes para calcular la probabilidad condicionada.

$$P(M/F)=\frac{P(M\cap F)}{P(F)}=\frac{P(M)\cdot P(F/M)}{P(M)\cdot P(F/M)+P(C)\cdot P(F/C)}=\frac{0'8\cdot 0'1}{0'8\cdot 0'1+0'2\cdot 0'38}$$

$$P(M/F)=\frac{0'08}{0'156}\approx 0'513$$

La probabilidad de que Lo haya lanzado María sabiendo que el penalti se ha fallado es **0'513.**