



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 3
MODELO 2026
Binomial–Normal

©Angel Cuesta Arza



VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.



Curso de repaso de
probabilidad básica



Álgebra de conjuntos.
Fórmulas de la probabilidad.



Teorema de la probabilidad
total y teorema de Bayes



Distribución binomial



Distribución normal (I)



Distribución normal (II)

Problema 3

Una empresa juguetera vende cajas con canicas. La empresa produce un 60% de canicas blancas y un 40% de canicas rojas, y cuando elabora una caja introduce al azar canicas blancas y rojas entre las producidas por la empresa.

a) Si una caja tiene 6 canicas, calcula la probabilidad de que la caja contenga el mismo número de canicas blancas que de rojas.

Solución: Sea X el número de canicas de color blanco extraídas.

X es una variable aleatoria binomial donde: $n = 6; p = 0,6; q = 1 - p = 0,4$ $X \sim Bi(6; 0,6)$

La caja debe tener 3 bolas de cada color. 3 bolas blancas y 3 rojas. Calculo la probabilidad de que haya 3 bolas blancas.

Se calcula la probabilidad pedida: $P(X = 3) = \binom{6}{3} \cdot 0,6^3 \cdot 0,4^3 = 0,2765$

La probabilidad de que la caja contenga el mismo número de canicas blancas que de rojas es **0,2765 (27,65 %)**.

b) Si una caja tiene 100 canicas, calcula aproximadamente la probabilidad de que la caja tenga al menos 57 canicas blancas.

Solución: Sea X el número de canicas de color blanco extraídas.

X es una variable aleatoria binomial donde: $n = 100; p = 0,6; q = 1 - p = 0,4$ $X \sim Bi(100; 0,6)$

La probabilidad pedida es: $P(X \geq 57)$

Como puedes comprobar, el proceso para hacer este cálculo de forma exacta es muy tedioso ya que habría que hacer el cálculo de 43 probabilidades

$$P(X \geq 57) = P(X = 57) + P(X = 58) + P(X = 59) + \dots + P(X = 100)$$

Para acortar el cálculo podemos aproximar la variable binomial a una normal. En primer lugar, se verifica que X cumple las condiciones que permiten llevar a cabo la aproximación.

$$n > 30 \longrightarrow 100 > 30 \quad \text{Cumple la primera condición.}$$

$$n \cdot p \geq 5 \longrightarrow 100 \cdot 0,6 \geq 5 \quad \text{Cumple la segunda condición.}$$

$$n \cdot q \geq 5 \longrightarrow 100 \cdot 0,4 \geq 5 \quad \text{Cumple la tercera condición.}$$

Se lleva a cabo la aproximación: $X \sim Bi(n; p) \rightarrow X' \sim N(n \cdot p; \sqrt{n \cdot p \cdot q})$

$$X \sim Bi(100; 0,6) \rightarrow X' \sim N(100 \cdot 0,6; \sqrt{100 \cdot 0,6 \cdot 0,4}) \rightarrow X' \sim N(60; 4,9)$$

b) Si una caja tiene 100 canicas, calcula aproximadamente la probabilidad de que la caja tenga al menos 57 canicas blancas.

$$X' \sim N(60; 4, 9)$$

Para poder calcular la probabilidad pedida, se debe hacer la corrección de Yates, ya que estamos aproximando una variable aleatoria discreta a una continua.

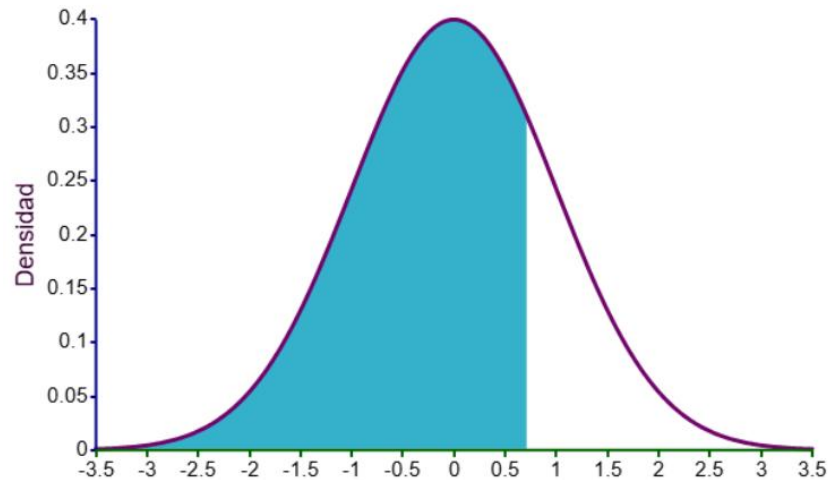
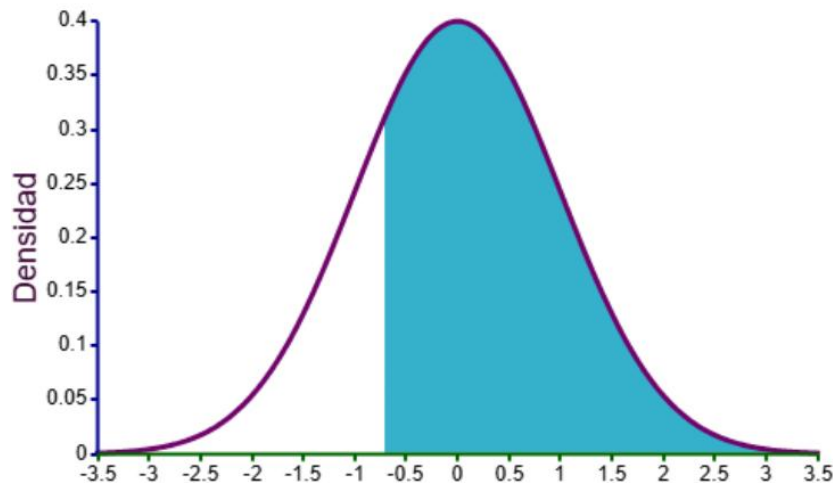
En una variable aleatoria discreta se podría escribir: $P(X \geq 57) = P(X > 56)$

En una variable aleatoria continua se podría escribir: $P(X \geq 57) = P(X > 57)$

Como aproximamos una variable discreta por una continua, aplicamos corrección por continuidad:

$$P(X \geq 57) = P(X > 56) = P(X' > 56,5)$$

$$\text{Ahora ya podemos tipificar: } P(X' > 56,5) = P\left(Z > \frac{56,5 - 60}{4,9}\right) = P(Z > -0,71) = P(Z < 0,71)$$



b) Si una caja tiene 100 canicas, calcula aproximadamente la probabilidad de que la caja tenga al menos 57 canicas blancas.

$$X' \sim N(60; 4, 9)$$

Calculo $P(Z < 0,71)$ utilizando la tabla que se proporciona en el examen

z	0,00	0,01	0,02
0,0	0,5000	0,5040	0,5080
0,1	0,5398	0,5438	0,5478
0,2	0,5793	0,5832	0,5871
0,3	0,6179	0,6217	0,6255
0,4	0,6554	0,6591	0,6628
0,5	0,6915	0,6950	0,6985
0,6	0,7257	0,7291	0,7324
0,7	0,7580	0,7611	0,7642
0,8	0,7881	0,7910	0,7939
0,9	0,8159	0,8186	0,8212

Por lo tanto, $P(Z < 0,71) = 0,7611$

Si una caja tiene 100 canicas, la probabilidad de que la caja tenga al menos 57 canicas blancas es **0,7611** (76,11%).

Problema 3

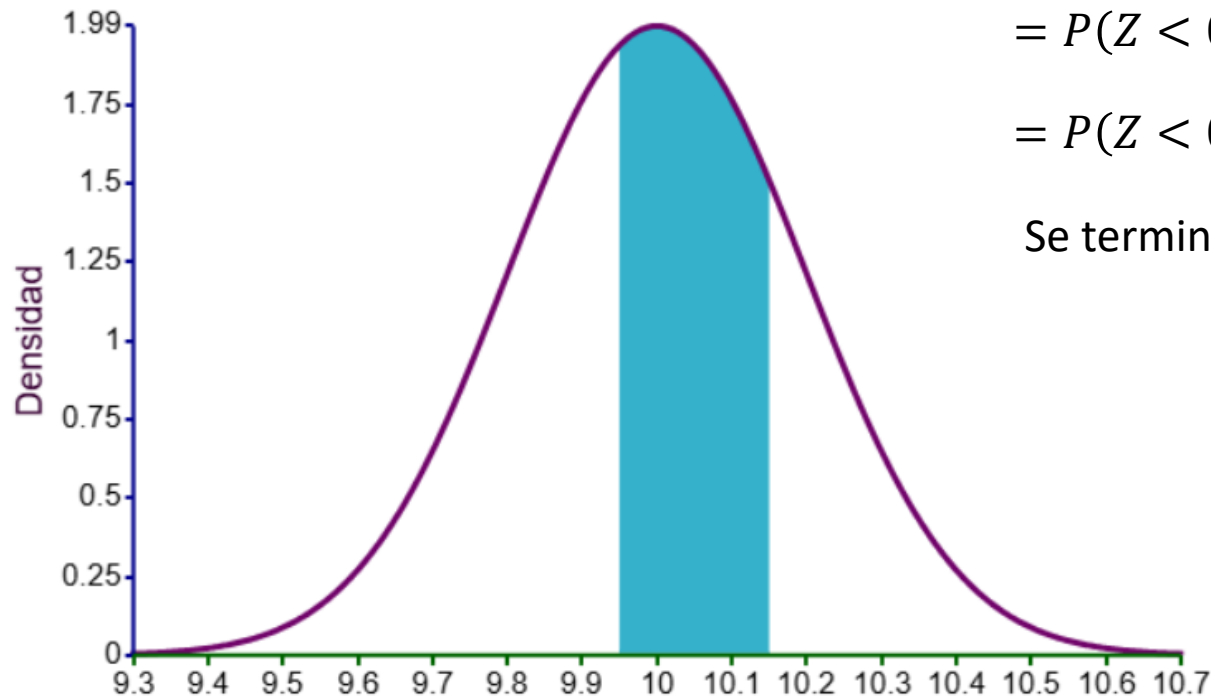
c) El peso (en gramos) de las canicas blancas tiene distribución normal con media 10 y varianza 0.04. Calcula la probabilidad de que el peso de una canica blanca esté comprendido entre 9,95 y 10,15 gramos.

Se define la variable aleatoria normal Y , peso de una canica blanca. $Y \sim N(10; \sqrt{0,04}) \rightarrow Y \sim N(10; 0,2)$

Se calcula la probabilidad pedida:

$$\begin{aligned} P(9,95 < Y < 10,15) &= P(Y < 10,15) - P(Y < 9,95) = P\left(Z < \frac{10,15 - 10}{0,2}\right) - P\left(Y < \frac{9,95 - 10}{0,2}\right) = \\ &= P(Z < 0,75) - P(Z < -0,25) = P(Z < 0,75) - (1 - P(Z < 0,25)) = \\ &= P(Z < 0,75) - 1 + P(Z < 0,25) \end{aligned}$$

Se termina el cálculo en la diapositiva siguiente.



Problema 3

c) El peso (en gramos) de las canicas blancas tiene distribución normal con media 10 y varianza 0.04. Calcula la probabilidad de que el peso de una canica blanca esté comprendido entre 9,95 y 10,15 gramos.

$$P(9,95 < Y < 10,15) = P(Z < 0,75) - 1 + P(Z < 0,25) = 0,7734 - 1 + 0,5987 = 0,3721$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289

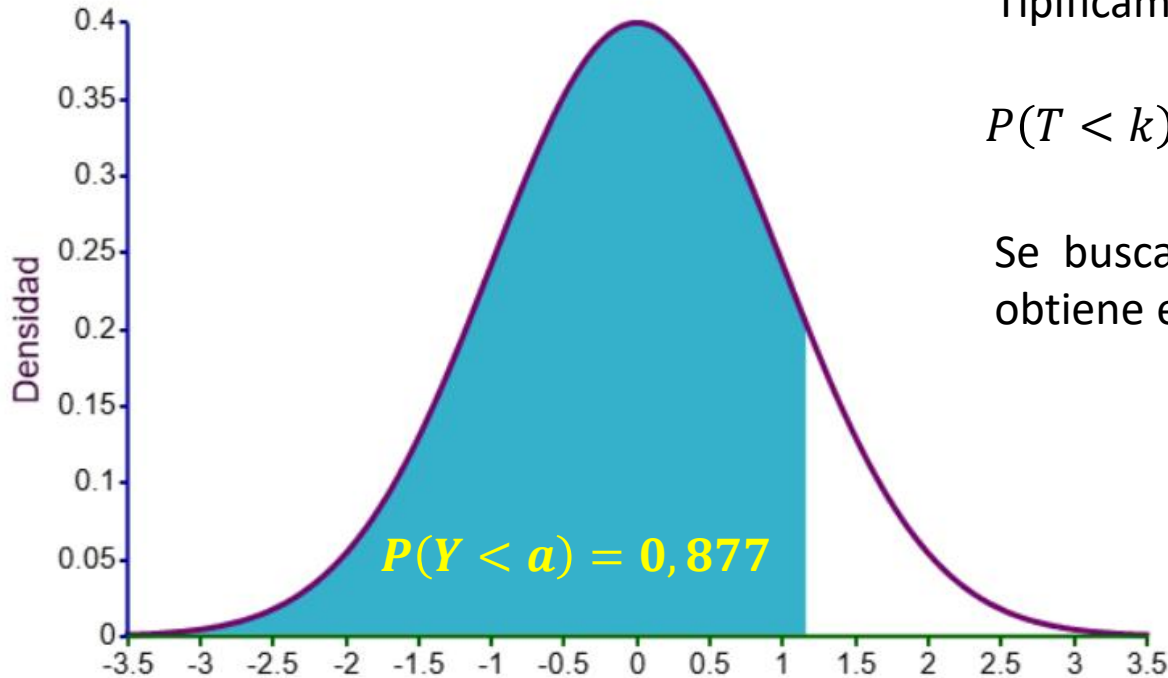
La probabilidad de que el peso de una canica blanca esté comprendido entre 9,95 y 10,15 gramos es **0,3721** (37,21%).

Problema 3

d) El peso (en gramos) de las canicas rojas tiene distribución normal con media 11 y varianza 0.09. Si una canica roja es tal que exactamente el 87,7% de las canicas rojas producidas pesan menos que ella, ¿cuánto pesa esta canica?

Se define la variable aleatoria normal T , peso de una canica blanca. $T \sim N(11; \sqrt{0,09}) \rightarrow T \sim N(11; 0,3)$

Se calcula el valor de la variable a partir de la probabilidad dada. Se muestra en un diagrama la situación:



Tipificamos en primer lugar:

$$P(T < k) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{k - 11}{0,3}\right) = P\left(Z < \frac{k - 11}{0,3}\right) = 0,877$$

Se busca la probabilidad dada, p , dentro de la tabla y se obtiene el valor de la variable asociado.

Problema 3

d) El peso (en gramos) de las canicas rojas tiene distribución normal con media 11 y varianza 0.09. Si una canica roja es tal que exactamente el 87,7% de las canicas rojas producidas pesan menos que ella, ¿cuánto pesa esta canica?

$$P\left(Z < \frac{k - 11}{0,3}\right) = 0,877 \quad \text{Se escribe la igualdad correspondiente: } \frac{k - 11}{0,3} = 1,16 \quad \text{Se calcula el valor pedido:}$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292

$$k - 11 = 0,3 \cdot 1,16$$

$$k = 11 + 0,3 \cdot 1,16$$

$$k = 11 + 0,3 \cdot 1,16$$

$$k = 11,35$$

La canica pesa **11,35 gramos**.