



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 3

JUNIO 2026

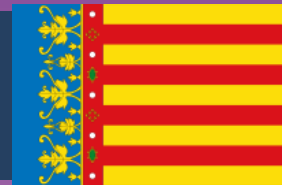
Probabilidad

©Angel Cuesta Arza





PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 3

JUNIO 2026

Probabilidad

PROBLEMA 3

Problema 3. En una empresa de pinturas se sabe que hay tres tipos de empleados: becarios, aprendices y maestros. El 50% de los empleados son becarios y el 35% aprendices. Entre los becarios, el 80% tiene estudios superiores y entre los maestros tan solo el 15% no tiene estudios superiores. Se sabe que el 79% de los empleados de la empresa tiene estudios superiores. Seleccionamos al azar un empleado de esta empresa.

- a) Calcula la probabilidad de que el empleado seleccionado tenga estudios superiores y sea aprendiz. *(1 punto)*
- b) Si sabemos que el empleado no tiene estudios superiores, ¿cuál es la probabilidad de que sea aprendiz? *(1 punto)*
- c) Calcula la probabilidad de la intersección de los sucesos "el empleado seleccionado es aprendiz o becario" y "el empleado seleccionado tiene estudios superiores o es aprendiz". *(1 punto)*

www.

Problema 3. En una empresa de pinturas se sabe que hay tres tipos de empleados: becarios, aprendices y maestros. El 50% de los empleados son becarios y el 35% aprendices. Entre los becarios, el 80% tiene estudios superiores y entre los maestros tan solo el 15% no tiene estudios superiores. Se sabe que el 79% de los empleados de la empresa tiene estudios superiores. Seleccionamos al azar un empleado de esta empresa.

- a) Calcula la probabilidad de que el empleado seleccionado tenga estudios superiores y sea aprendiz. (1 punto)

Primero asignamos una letra a cada suceso.

$B = \{\text{Becario}\}$ $A = \{\text{Aprendiz}\}$ $M = \{\text{Maestro}\}$ $S = \{\text{Estudios superiores}\}$ $\bar{S} = \{\text{No tiene estudios superiores}\}$

Se toman datos del enunciado: $P(B) = 0,50$ $P(A) = 0,35$ $P(M) = 1 - P(B) - P(A) = 1 - 0,5 - 0,35 = 0,15$

“Entre los becarios, el 80% tiene estudios superiores” $P(S/B) = 0,80$

“... entre los maestros tan solo el 15% no tiene estudios superiores” $P(\bar{S}/M) = 0,15$

“... el 79% de los empleados de la empresa tiene estudios superiores” $P(S) = 0,79$

a) Calcula la probabilidad de que el empleado seleccionado tenga estudios superiores y sea aprendiz. (1 punto)

Con los datos obtenidos anteriormente se construye el diagrama de árbol.

Se calcula la incógnita con ayuda del teorema de la probabilidad total.

$$P(S) = P(B) \cdot P(S/B) + P(A) \cdot P(S/A) + P(M) \cdot P(S/M)$$

$$0,79 = 0,5 \cdot 0,8 + 0,35 \cdot x + 0,15 \cdot 0,85$$

$$0,35x = 0,79 - 0,5 \cdot 0,8 - 0,15 \cdot 0,85 \rightarrow 0,35x = 0,2625$$

$$x = \frac{0,2625}{0,35} = 0,75 \rightarrow x = P(S/A) = 0,75$$

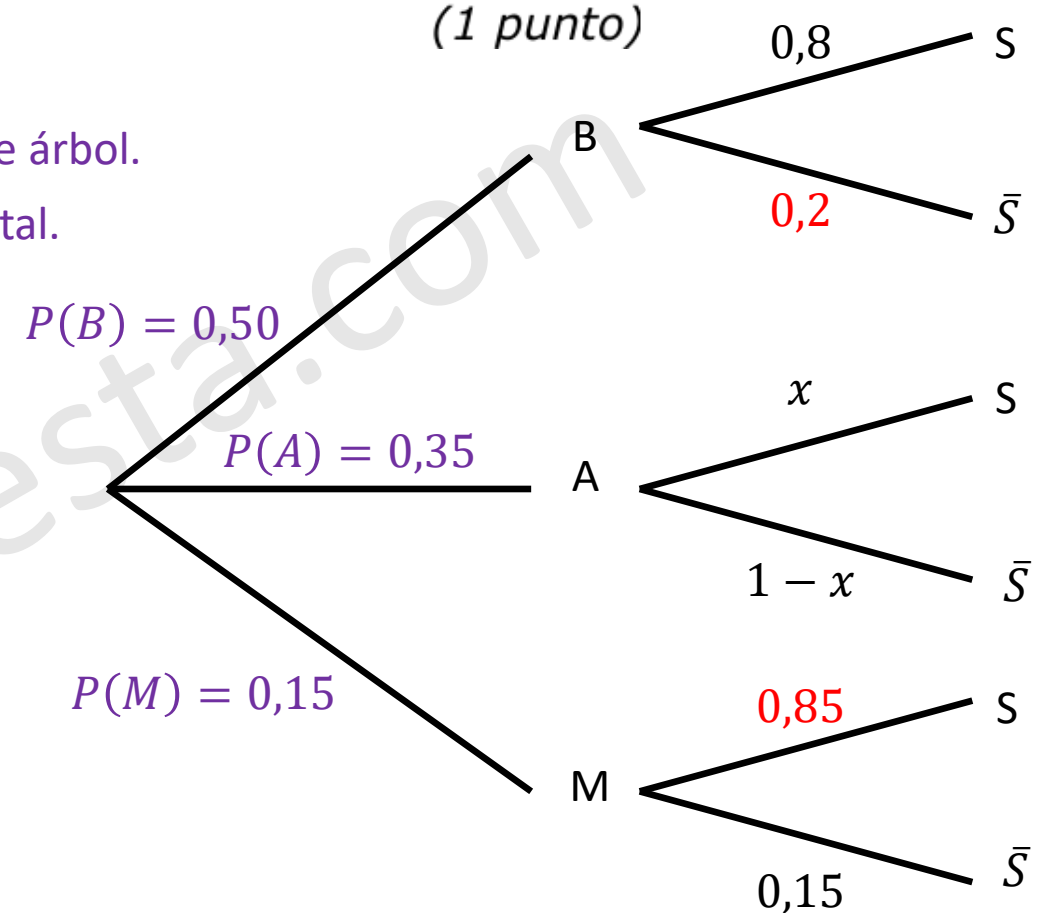
Calculo ahora la probabilidad pedida:

$$P(S \cap A) = P(A \cap S) = P(A) \cdot P(S/A) = 0,35 \cdot 0,75 = 0,2625$$

La probabilidad de que el empleado seleccionado tenga estudios superiores y sea aprendiz es **0,2625 (26,25%)**.

NOTA: Se podría obtener el resultado aplicando: $P(S) = P(B \cap S) + P(A \cap S) + P(M \cap S)$

Y despejando: $P(A \cap S) = P(S) - P(B) \cdot P(S/B) - P(M) \cdot P(S/M)$

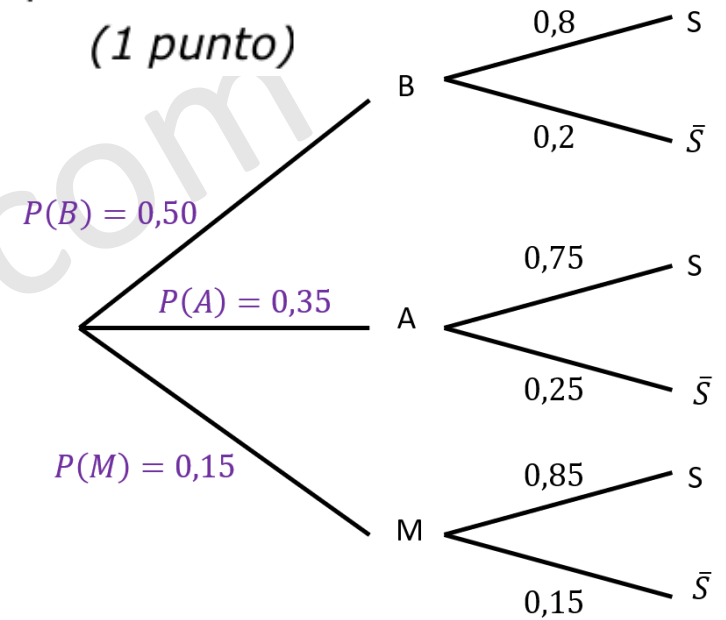


b) Si sabemos que el empleado no tiene estudios superiores, ¿cuál es la probabilidad de que sea aprendiz?
(1 punto)

Se aplica el teorema de Bayes.

$$P(A/\bar{S}) = \frac{P(A \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{S}/A)}{1 - P(S)} = \frac{0,35 \cdot 0,25}{1 - 0,79} \approx 0,4167$$

Si sabemos que el empleado no tiene estudios superiores, la probabilidad de que sea aprendiz es **0,4167 (41,67%)**.



c) Calcula la probabilidad de la intersección de los sucesos "el empleado seleccionado es aprendiz o becario" y "el empleado seleccionado tiene estudios superiores o es aprendiz".

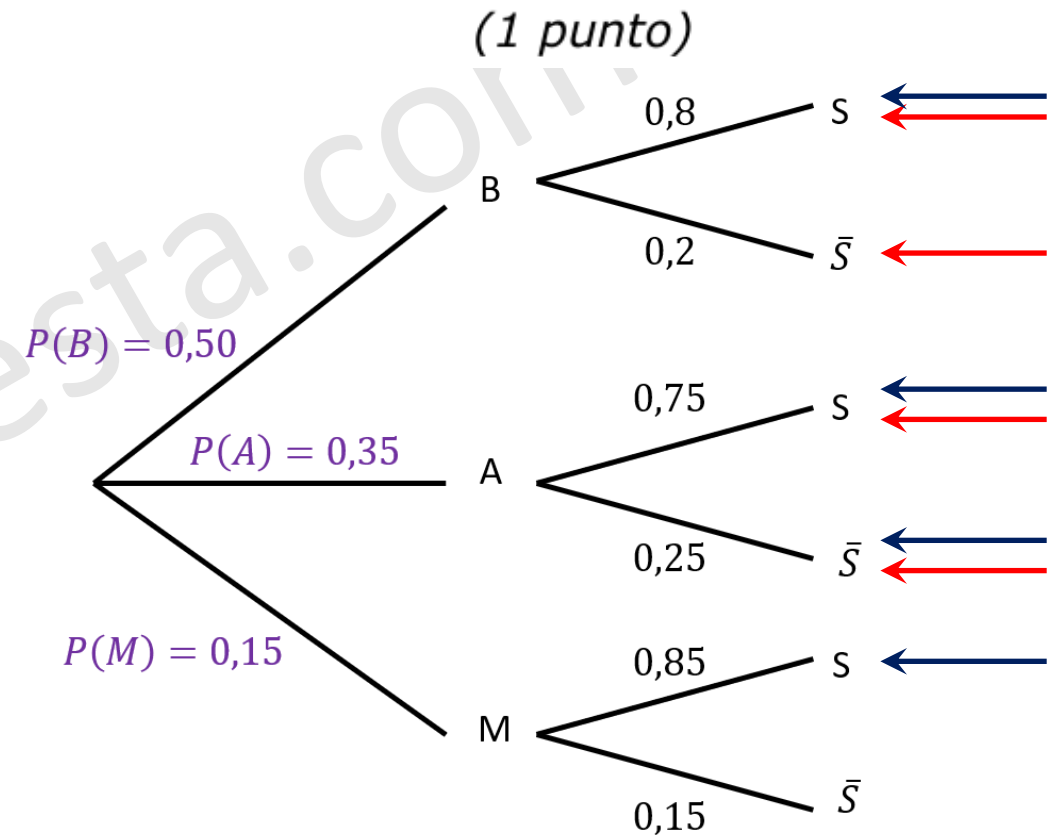
La probabilidad pedida es: $P((A \cup B) \cap (S \cup A))$

Simplificare la probabilidad pedida con ayuda del diagrama de árbol. Se muestran con distintos colores los sucesos $(A \cup B)$ y $(S \cup A)$. El suceso intersección es aquel en el que coinciden las dos flechas de distinto color.

$$P((A \cup B) \cap (S \cup A)) = P(B \cap S) + P(A) = 0,5 \cdot 0,8 + 0,35$$

$$P((A \cup B) \cap (S \cup A)) = \mathbf{0,75}$$

La probabilidad pedida es **0,75 (75%)**.



BONUS

Puedes llegar a la misma conclusión aplicando el álgebra de conjuntos.

Aplico en primer lugar la propiedad distributiva.

$$(A \cup B) \cap (S \cup A) = (A \cap S) \cup (A \cap A) \cup (B \cap S) \cup (B \cap A) = (A \cap S) \cup A \cup (B \cap S)$$

Ya que: $(A \cap A) = A$; *idempotencia* $(B \cap A) = \emptyset$; *sucesos incompatibles*

$(A \cup B) \cap (S \cup A) = A \cup (B \cap S)$ Ya que: $(A \cap S) \cup A = A$; ya que $A \cap S$ está contenido en A ; propiedad de absorción.

Como los sucesos A y $(B \cap S)$ son sucesos incompatibles, podemos escribir:

$$P((A \cup B) \cap (S \cup A)) = P(A) + P(B \cap S)$$

Que es la expresión a la que habíamos llegado anteriormente por el método anterior.