



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 2B

JUNIO 2026

Análisis de funciones

©Ángel Cuesta Arza





PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 2B

JUNIO 2026

Análisis de funciones

Problema 2B

Cierta empresa tecnológica ofrece servicio de almacenamiento de datos en la nube. Sus ingresos I (en unidades monetarias) dependen de la cantidad de datos almacenados x (en terabytes), siendo $I(x) = 400x$, y su función de gastos G (en unidades monetarias) depende también de la cantidad de datos almacenados x (en terabytes), siendo $G(x) = 4x^2 + 100$.

a) Calcula la cantidad de datos que maximiza el beneficio (ingresos menos gastos), e indica cuál es el beneficio máximo que puede obtener la empresa.

Se define la función beneficio.

$$B(x) = I(x) - G(x) = 400x - (4x^2 + 100) = -4x^2 + 400x - 100; \quad x \geq 0$$

Puesto que la función es cuadrática y el coeficiente del término cuadrático es negativo, sabemos que el máximo absoluto está en el vértice.

$$B(x) = -4x^2 + 400x - 100 \quad \text{Siendo: } a = -4; \quad b = 400; \quad c = -100$$

$$v_x = \frac{-b}{2a} = \frac{-400}{2 \cdot (-4)} = 50$$

El beneficio se maximiza al almacenar **50 terabytes de datos**.

Para calcular el beneficio máximo, se sustituye en la función $x = 50$.

$$B(50) = -4 \cdot 50^2 + 400 \cdot 50 - 100 = 9900$$

El beneficio máximo será de **9900 unidades monetarias**.

Problema 2B

Cierta empresa tecnológica ofrece servicio de almacenamiento de datos en la nube. Sus ingresos I (en unidades monetarias) dependen de la cantidad de datos almacenados x (en terabytes), siendo $I(x) = 400x$, y su función de gastos G (en unidades monetarias) depende también de la cantidad de datos almacenados x (en terabytes), siendo $G(x) = 4x^2 + 100$.

a) Calcula la cantidad de datos que maximiza el beneficio (ingresos menos gastos), e indica cuál es el beneficio máximo que puede obtener la empresa.

También se podría haber resuelto el ejercicio con ayuda de las derivadas. $B(x) = -4x^2 + 400x - 100$

$$B'(x) = -8x + 400 \longrightarrow -8x + 400 = 0 \longrightarrow x = 50$$

Se calcula ahora la segunda derivada. Se sustituye en $x = 50$

$$B''(x) = -8 \longrightarrow B''(50) = -8 < 0$$

El beneficio se maximiza al almacenar **50 terabytes de datos**.

Como la segunda derivada es negativa, eso significa que en $x = 50$ hay un máximo relativo, que en este caso es absoluto en el dominio $x \geq 0$, tal como habíamos calculado anteriormente. También podríamos llegar a esta misma conclusión mediante un estudio de signos de la función derivada.

Para calcular el beneficio máximo, se sustituye en la función $x = 50$.

$$B(50) = -4 \cdot 50^2 + 400 \cdot 50 - 100 = 9900$$

El beneficio máximo será de **9900 unidades monetarias**.

b) La ratio ingresos/gastos mide la eficiencia financiera de la empresa. Calcula la cantidad de datos para los cuales la eficiencia financiera de la empresa es máxima, e indica cuál es esa eficiencia máxima.

Se define la función ratio ingresos/gastos. $R(x) = \frac{I(x)}{G(x)} = \frac{400x}{4x^2 + 100}; \quad x \geq 0$

Se deriva la función y se iguala a cero.

$$R'(x) = \frac{400 \cdot (4x^2 + 100) - 400x \cdot 8x}{(4x^2 + 100)^2} = \frac{1600x^2 + 40000 - 3200x^2}{(4x^2 + 100)^2} = \frac{-1600x^2 + 40000}{(4x^2 + 100)^2}$$

$$\frac{-1600x^2 + 40000}{(4x^2 + 100)^2} = 0 \longrightarrow -1600x^2 + 40000 = 0 \longrightarrow x^2 = \frac{40000}{1600} \longrightarrow x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

Como $x \geq 0$, tomamos $x = 5$.

Se estudia el signo de la derivada:

	0	5	$+\infty$
$R'(x)$		+	-
$R(x)$			

Se calcula el valor de la máxima ratio: $R(5) = \frac{400 \cdot 5}{4 \cdot 5^2 + 100} = 10$

La cantidad de datos para los cuales la eficiencia financiera de la empresa es máxima es **5 terabytes**, y la **eficiencia financiera máxima es 10**.

Problema 2B

c) Calcula $\int_0^2 G(x)^2 dx$.

$$\begin{aligned}\int_0^2 G(x)^2 dx &= \int_0^2 (4x^2 + 100)^2 dx = \int_0^2 (16x^4 + 800x^2 + 10000) dx = \left[16 \cdot \frac{x^5}{5} + 800 \cdot \frac{x^3}{3} + 10000 \cdot x \right]_0^2 = \\ &= \left(16 \cdot \frac{2^5}{5} + 800 \cdot \frac{2^3}{3} + 10000 \cdot 2 \right) - \left(16 \cdot \frac{0^5}{5} + 800 \cdot \frac{0^3}{3} + 10000 \cdot 0 \right) = \frac{512}{5} + \frac{6400}{3} + 20000 = \frac{333536}{15}\end{aligned}$$

$$\int_0^2 G(x)^2 dx = \frac{333536}{15}$$