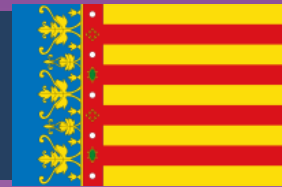




PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 1B

JUNIO 2026

Programación lineal

© Angel Cuesta Arza





PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 1B

JUNIO 2026

Programación lineal

Una granja desea crear una mezcla fertilizante líquida utilizando dos compuestos comerciales, NutriMax y BioGrow. Cada litro de estos compuestos aporta diferentes cantidades de unidades de nitrógeno, fósforo y potasio. Para que el cultivo sea productivo, los agrónomos han determinado que se deben aplicar al terreno como mínimo 8 unidades de nitrógeno, 6 unidades de fósforo y 10 unidades de potasio. Se sabe que un litro de NutriMax contiene 2 unidades de nitrógeno, 1 unidad de fósforo y 1 unidad de potasio, mientras que un litro de BioGrow contiene 1 unidad de nitrógeno, 1 unidad de fósforo y 2 unidades de potasio. El coste de un litro de NutriMax es de 5 euros y el de BioGrow es de 4 euros.

- a) ¿Cuántos litros de cada producto han de utilizarse para que el coste de la mezcla sea mínimo?
- b) ¿Cuál es dicho coste mínimo?

Solución: En primer lugar, se definen las incógnitas del problema.

x =cantidad en litros de NutriMax.

y =cantidad en litros de BioGrow.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

	L de compuesto	Unidades de Nitrógeno	Unidades de Fósforo	Unidades de Potasio	Coste por L
NutriMax	x	$2x$	x	x	5 €
BioGrow	y	y	y	$2y$	4 €

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones. Lo hago en la diapositiva siguiente.

Problema 1B

	L de compuesto	Unidades de Nitrógeno	Unidades de Fósforo	Unidades de Potasio	Coste por L
NutriMax	x	$2x$	x	x	5 €
BioGrow	y	y	y	$2y$	4 €

“... como mínimo 8 unidades de nitrógeno” $\longrightarrow 2x + y \geq 8$

“... como mínimo 6 unidades de fósforo” $\longrightarrow x + y \geq 6$

“... como mínimo 10 unidades de potasio” $\longrightarrow x + 2y \geq 10$

“restricciones triviales” $\longrightarrow x \geq 0; y \geq 0$

La función objetivo está definida por el coste: $z = 5x + 4y$

Problema 1B

Quedando el planteamiento definitivo así: **Minimizar** $z = 5x + 4y$ s. a.
$$\begin{cases} 2x + y \geq 8 \\ x + y \geq 6 \\ x + 2y \geq 10 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

En primer lugar, hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

(a) $2x + y \geq 8$

Expreso la recta: $2x + y = 8$

Se dan valores para representar:

x	y
0	8
4	0

Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$2 \cdot 0 + 0 \geq 8 \rightarrow$ **No cumple**

(b) $x + y \geq 6$

Expreso la recta: $x + y = 6$

Se dan valores para representar:

x	y
0	6
6	0

Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$0 + 0 \geq 6 \rightarrow$ **No cumple**

(c) $x + 2y \geq 10$

Expreso la recta: $x + 2y = 10$

Se dan valores para representar:

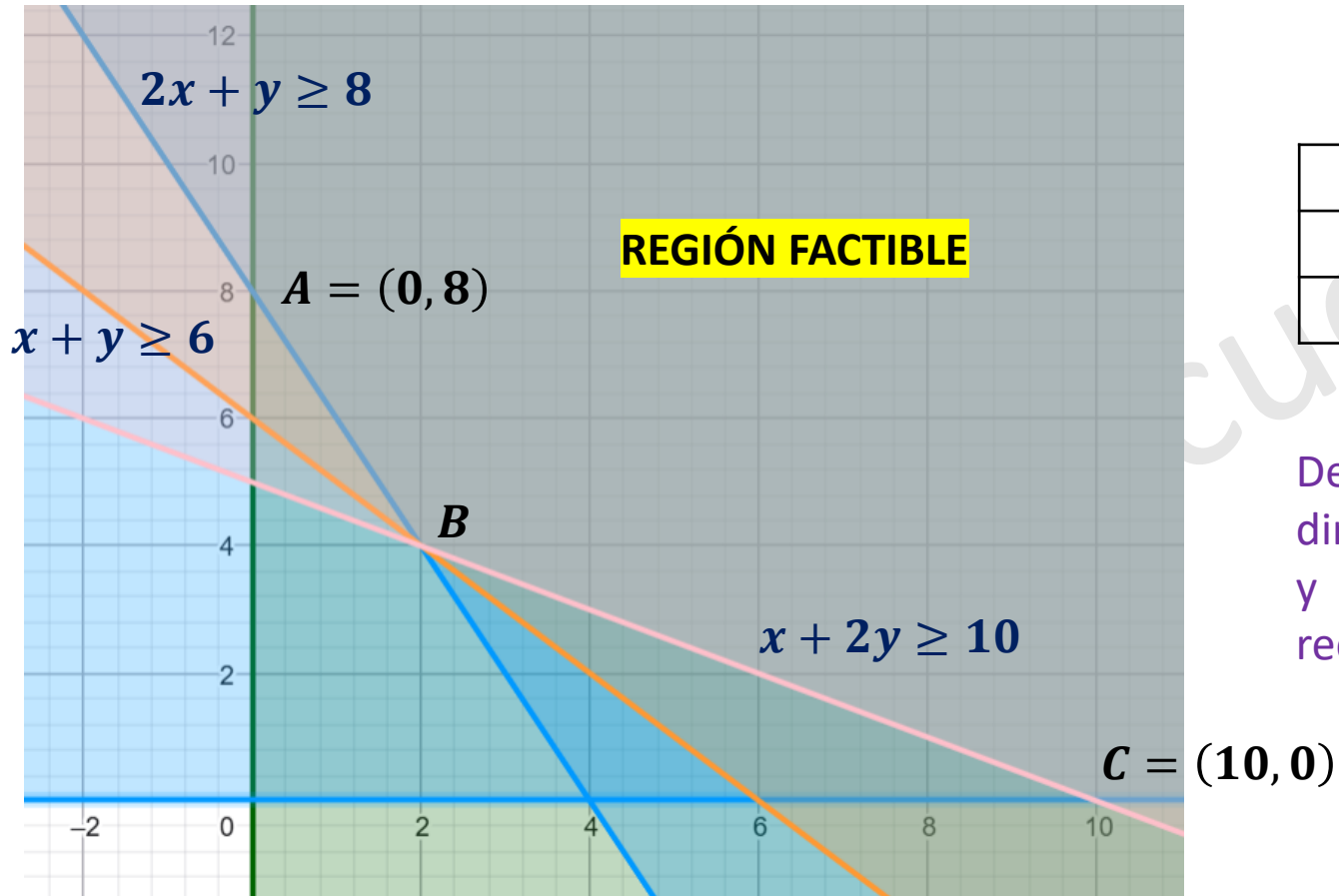
x	y
0	5
10	0

Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$0 + 2 \cdot 0 \geq 10 \rightarrow$ **No cumple**

Representamos las inecuaciones y observamos cuál es la región factible.

$$\text{s. a. } \begin{cases} 2x + y \geq 8 \\ x + y \geq 6 \\ x + 2y \geq 10 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$



$$2x + y = 8$$

x	y
0	8
4	0

$$x + y = 6$$

x	y
0	6
6	0

$$x + 2y = 10$$

x	y
0	5
10	0

Debemos calcular **el vértice B**, dos se obtienen directamente de los cortes con los ejes: $A = (0, 8)$ y $C = (10, 0)$. De la gráfica se deduce que las 3 rectas se cortan en el mismo punto.

Como las tres rectas se cortan en el mismo punto, basta con resolver un sistema formado por dos de ellas para calcular el vértice B .

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

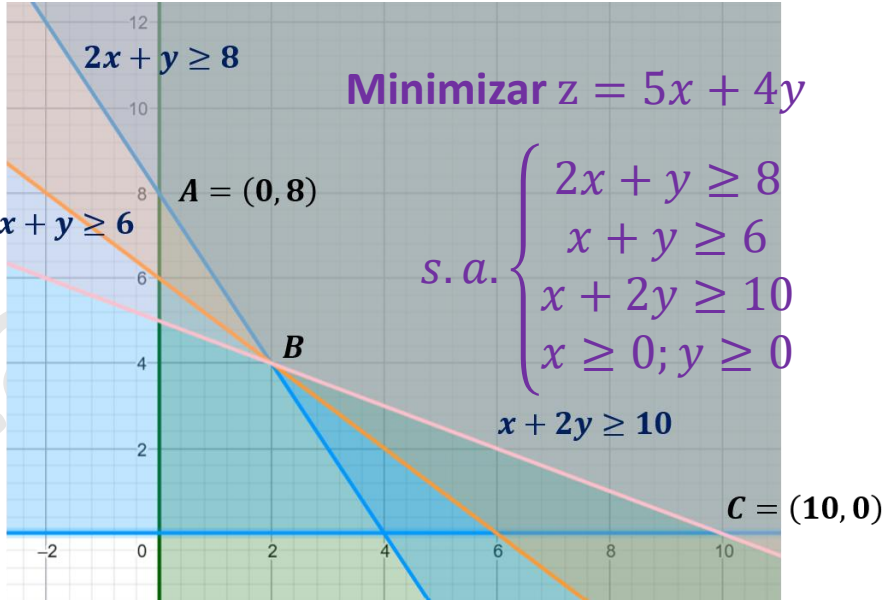
$$x = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{2}{1} = 2 \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{4}{1} = 4$$

Siendo el vértice $B = (2, 4)$.

Compruebo que verifica la otra ecuación: $x + 2y = 10 \rightarrow 2 + 2 \cdot 4 = 10 \rightarrow 10 = 10$

El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	$z = 5x + 4y$
0	8	$5 \cdot 0 + 4 \cdot 8 = 32$
2	4	$5 \cdot 2 + 4 \cdot 4 = 26$ (Mínimo)
10	0	$5 \cdot 10 + 4 \cdot 0 = 50$



Solución

Solución: Para que el coste de la fertilización resulte mínimo se necesitan **2 L de NutriMax y 4 L de BioGrow**. Con esta mezcla el coste mínimo será de **26 €**.

x	y	$z = 5x + 4y$
0	8	$5 \cdot 0 + 4 \cdot 8 = 32$
2	4	$5 \cdot 2 + 4 \cdot 4 = 26$ (Mínimo)
10	0	$5 \cdot 10 + 4 \cdot 0 = 50$