Selectividad Comunidad Valenciana

Matemáticas CC.SS
Junio 2022

Problema 2
Programación lineal

ADVERTENCIA

- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este ejercicio son:

1) Planteamiento de problemas de programación lineal.

Herramientas utilizadas:

1) Sistemas de Inecuaciones con dos incógnitas.
2) Representación gráfica de inecuaciones.

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR

PAU Julio 2021

PAU Julio 2020

PAU Julio 2019

PAU Junio 2019

Problema 2

Una empresa apícola vende dos tipos de cajas con tres variedades de miel en cada una: miel de romero, miel de azahar y miel multifloral. La caja de tipo A contiene 2 tarros de miel de romero, 2 de azahar y 1 de multifloral. La caja de tipo B contiene 1 tarro de miel de romero, 2 de azahar y 2 de multifloral. Cada día la empresa dispone de 280 tarros de miel de romero, 300 de miel de azahar y 250 de miel multifloral. Con cada caja de tipo A se obtiene un beneficio de 7 euros y con cada caja de tipo B obtiene un beneficio de 5 euros.

a) ¿Cuántas cajas de cada tipo debe comercializar para obtener un beneficio máximo?
b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo?

Solución: En primer lugar se definen las incógnitas del problema.

x=número de cajas de la tipo A.
y=número de cajas de la tipo B.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

		Miel romero	Miel azahar	Miel multifloral	Beneficio
A	x	2	2	1	7 €
B	y	1	2	2	5 €

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

Problema 2

		Miel romero	Miel azahar	Miel multifloral	Beneficio
A	x	2	2	1	7 €
B	y	1	2	2	5 €

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

“Cada día la *empresa* dispone de 280 tarro de miel de romero” → $2x + y \leq 280$

“300 de miel de azahar” → $2x + 2y \leq 300$

“y 250 de miel multifloral” → $x + 2y \leq 250$

“restricciones triviales” → $x \geq 0; y \geq 0$

La función objetivo está definida por el coste: **z = 7x +5y**

Problema 2

Quedando el planteamiento definitivo así: En primer lugar hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

Minimizar : **z=7x +5y**

$$s.a.\begin{cases} 2x + y \leq 280 \\ 2x + 2y \leq 300 \\ x + 2y \leq 250 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

$(\boldsymbol{a})$ $2x + y \leq 280$

Expreso la recta: $2x + y = 280$

Se dan valores para representar:

x	y
0	280
140	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

$\boldsymbol{2 \cdot 0 + 0 \leq 280}$ → **Si Cumple**

$(\boldsymbol{b})$ $2x + 2y \leq 300$

Expreso la recta: $2z + 2y = 300$

Se dan valores para representar:

x	y
0	150
150	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

$\boldsymbol{2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \leq 300}$ → **Si Cumple**

$(\boldsymbol{c})$ $x + 2y \leq 250$

Expreso la recta: $x + 2y = 250$

Se dan valores para representar:

x	y
0	125
250	0

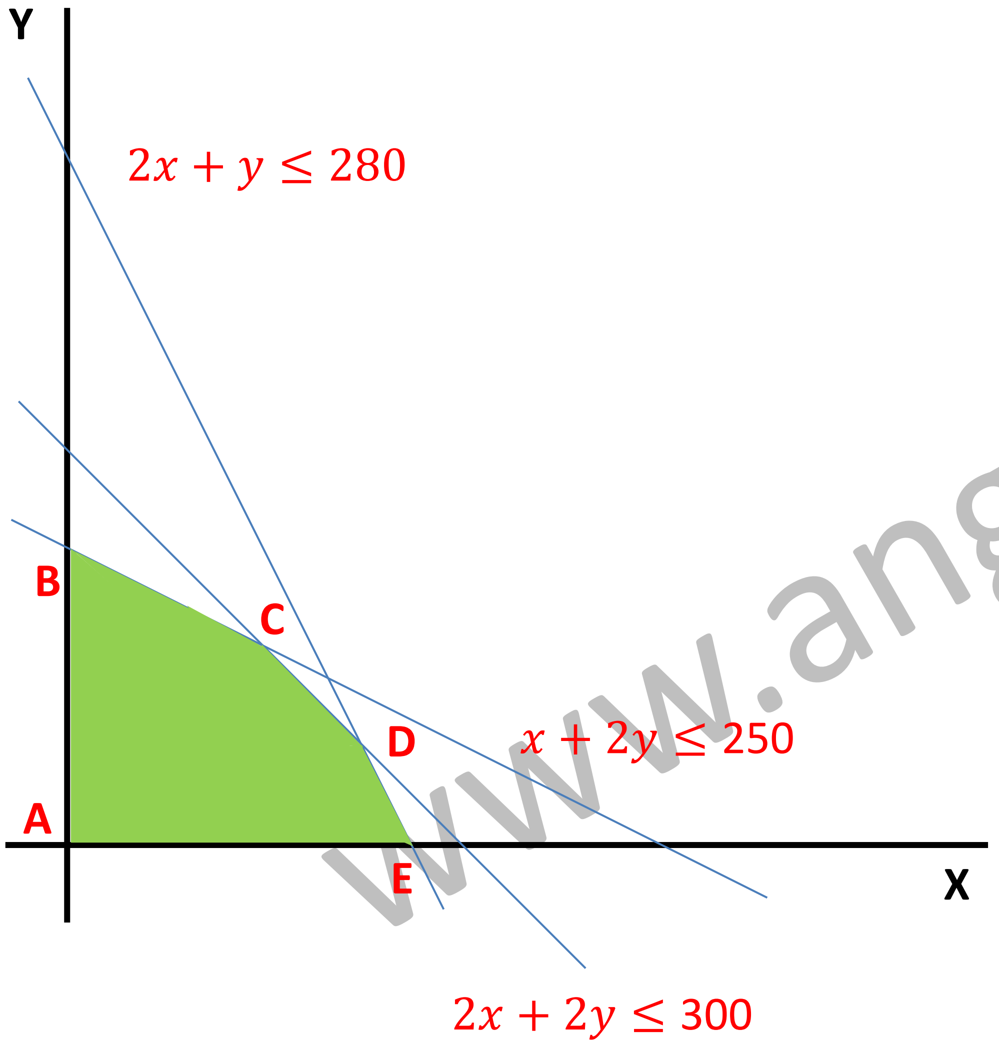
Compruebo si (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

$\boldsymbol{0 + 2 \cdot 0 \leq 250}$ → **Si Cumple**

Problema 2

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.

$$s.a.\begin{cases} 2x + y \leq 280 \\ 2x + 2y \leq 300 \\ x + 2y \leq 250 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$



$2x + y = 280$

x	y
0	280
140	0

$2x + 2y = 300$

x	y
0	150
150	0

$x + 2y = 250$

x	y
0	125
250	0

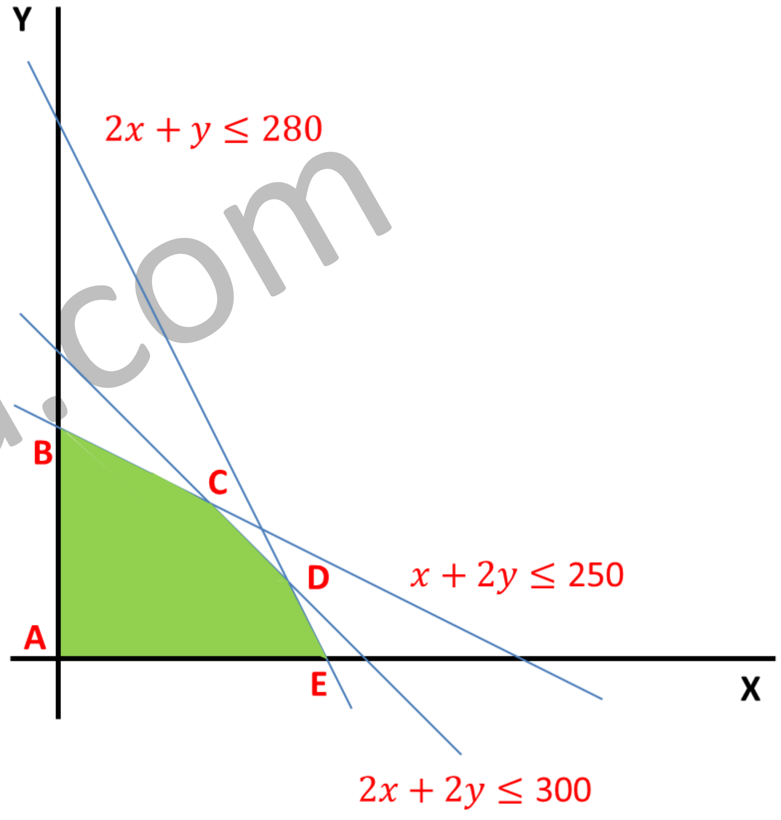
$\mathbf{2 \cdot 0 + 0 \leq 280}$ $\;(\mathbf{0,0}) \in \{2x + y \leq 280\}$

$\mathbf{2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \leq 300}$ $\;(\mathbf{0,0}) \in \{2x + 2y \leq 300\}$

$\mathbf{0 + 2 \cdot 0 \leq 250}$ $\;(\mathbf{0,0}) \in \{x + 2y \leq 250\}$

Problema 2

Para calcular los vértices C y D, se deben resolver los sistemas de ecuaciones formado por las rectas que dan lugar a dichos vértices. Los vértices A,B y E, no hace falta calcularlos porque ya disponemos de sus coordenadas.



Vértice C: $\begin{cases} x + 2y = 250 \\ 2x + 2y = 300 \end{cases}$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 250 & 2 \\ 300 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-100}{-2} = 50 \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 250 \\ 2 & 300 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-200}{-2} = 100$$

Las coordenadas del vértice C son: $\boldsymbol{C = (50, 100)}$

Vértice D: $\begin{cases} 2x + y = 280 \\ 2x + 2y = 300 \end{cases}$ Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

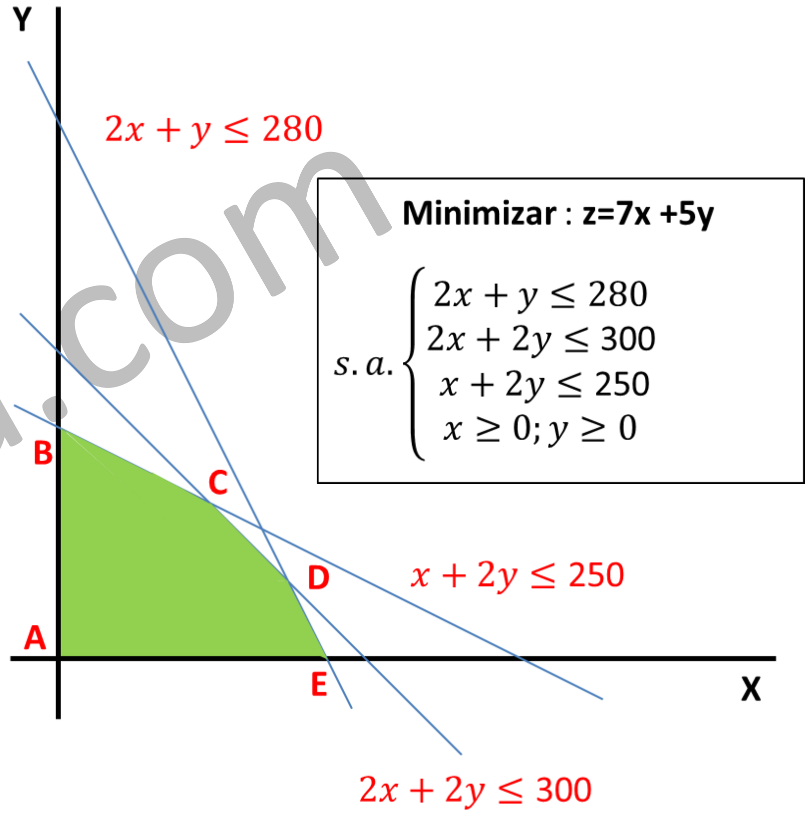
$$x = \frac{\begin{vmatrix} 280 & 1 \\ 300 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{260}{2} = 130 \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 280 \\ 2 & 300 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{40}{2} = 20$$

Las coordenadas del vértice D son: $\boldsymbol{D = (130, 20)}$

Problema 2

El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	z=7x+5y
0	**0**	7·0+5·0=0
0	**125**	7·0+5·125=625
50	**100**	7·50+5·100=850
130	**20**	7·130+5·20=1010 **(máximo).**
140	**0**	7·140+5·0=980



Minimizar : z=7x +5y

$$s.a. \begin{cases} 2x + y \leq 280 \\ 2x + 2y \leq 300 \\ x + 2y \leq 250 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

Problema 2

Solución: debe comercializar **130 cajas de tipo A y 20 cajas de tipo B.** Con está combinación, cumplirá las restricciones dadas y el beneficio será de **1010 euros**.

x	y	z=7x+5y
0	**0**	7·0+5·0=0
0	**125**	7·0+5·125=625
50	**100**	7·50+5·100=850
130	**20**	7·130+5·20=1010 **(máximo).**
140	**0**	7·140+5·0=980