

El problema del día

Selectividad C. Valenciana
Matemáticas Aplicadas a las CCSS
Opción A, Problema 3
Junio 2019

Planteamiento y resolución de un
problema de probabilidad

El enunciado

En una cierta ciudad, las dos terceras partes de los hogares tienen una Smart TV, de los cuales, las tres octavas partes han contratado algún servicio de televisión de pago, porcentaje que baja al 30% si consideramos el total de los hogares. Si se elige un hogar al azar

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV pero sí haya contratado televisión de pago?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga Smart TV si sabemos que ha contratado televisión de pago?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV si sabemos que no ha contratado televisión de pago?

Planteamiento del problema

Primero asignamos una letra a cada suceso.

A= El hogar tiene Smart TV **B**= El hogar tiene televisión de pago

\bar{A} = El hogar no tiene Smart TV \bar{B} = El hogar no tiene televisión de pago

Tomamos datos del enunciado.

“las dos terceras partes de los hogares tienen una Smart TV” $\rightarrow P(A) = \frac{2}{3} \rightarrow P(\bar{A}) = \frac{1}{3}$

“de los que tiene Smart TV, 3/8 tienen televisión de pago” $\rightarrow P(B/A) = \frac{3}{8} \rightarrow P(\bar{B}/A) = \frac{5}{8}$

“el 30% de los hogares tienen televisión de pago” $\rightarrow P(B)=0.3$

Con todos los datos, planteamos el árbol de probabilidad.

Diagrama de árbol

El árbol de probabilidad queda de la siguiente forma:

Debemos determinar el valor de x , para poder resolver el problema.

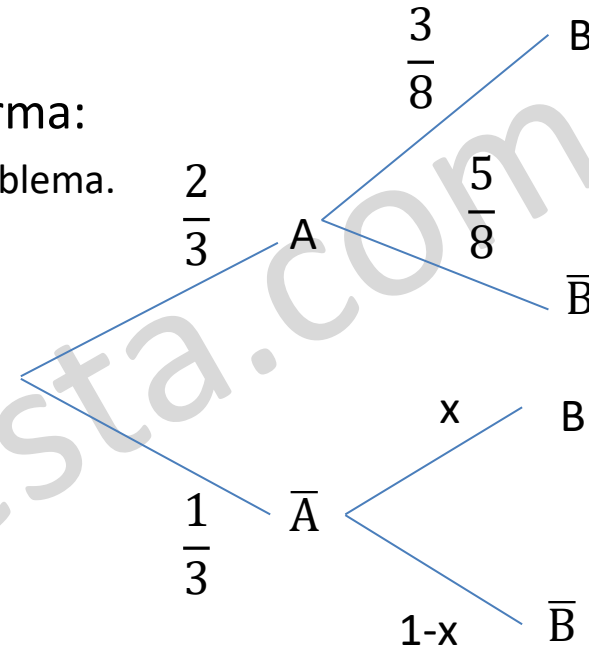
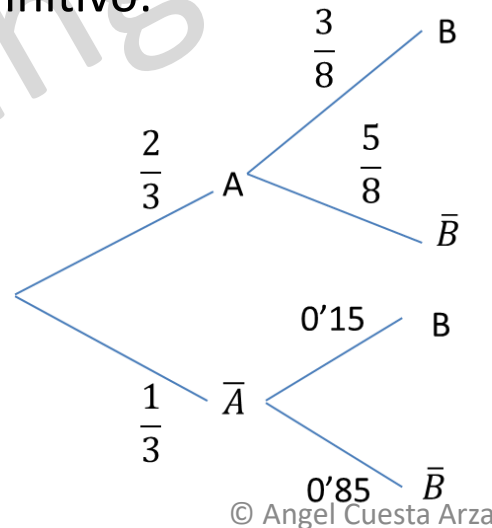
Para ello nos apoyaremos en que conocemos $P(B)=0'30$.

Según el teorema de la probabilidad total:

$$P(B) = P(A) * P(B/A) + P(\bar{A}) * P(B/\bar{A})$$

$$0'30 = \frac{2}{3} * \frac{3}{8} + \frac{1}{3} * x \rightarrow 0'30 = \frac{1}{4} + \frac{x}{3} \rightarrow x = 0'15$$

Quedando el árbol definitivo:



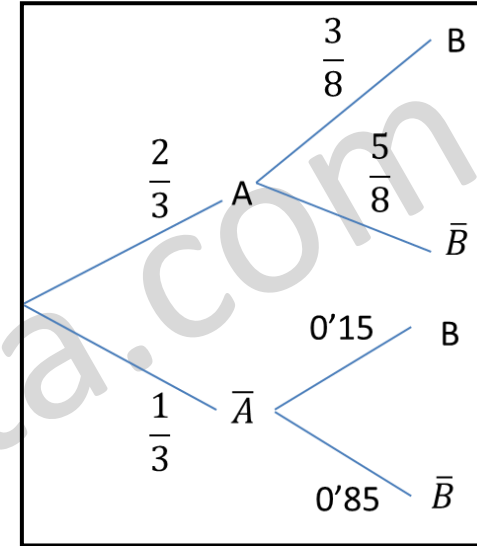
$$P(A) = \frac{2}{3} \rightarrow P(\bar{A}) = \frac{1}{3}$$

$$P(B/A) = \frac{3}{8} \rightarrow P(\bar{B}/A) = \frac{5}{8}$$

¡OJO!, este dato no lo tenemos.

Diagrama de árbol

Quedando ya completo el diagrama de árbol.
Ya podemos contestar todas las cuestiones del ejercicio.



a) Probabilidad de que no tenga Smart TV pero sí haya contratado televisión de pago.

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) * P(B/\bar{A}) = \frac{1}{3} * 0'15 = \mathbf{0'05}$$

b) Probabilidad de que tenga Smart TV sí sabemos que ha contratado televisión de pago.

$$P(A/B) = \frac{P(A) * P(B/A)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{3} * \frac{3}{8}}{0'30} = \frac{5}{6}$$

c) Probabilidad de que no tenga Smart TV sí sabemos que no ha contratado televisión de pago.

$$P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}) * P(\bar{B}/\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{3} * 0'85}{0'70} = \frac{17}{42}$$