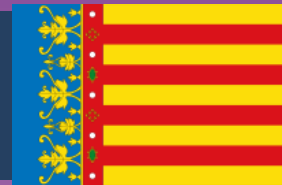




PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 2B

JULIO 2025–extra DANA

Análisis de funciones

©Ángel Cuesta Arza



Problema 2B

Problema 2. B. Cuando la temperatura de un invernadero se mantiene a x grados centígrados, siendo x un número real entre 10 y 30, la producción (en kilogramos) de cierta hortaliza viene dada por la función $Q(x) = 30x^2 + Ax + B - x^3$. Sabemos que la producción máxima se alcanza cuando el invernadero se mantiene a 21 grados centígrados, y que dicha producción máxima es 5.300 kg.

- a) Determina los valores A y B que aparecen en la función $Q(x)$. *(1,5 puntos)*
- b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $Q(x)$. *(1 punto)*
- c) Para valores de la temperatura comprendidos entre 10 y 30 grados centígrados, ¿en algún caso se obtiene una producción inferior a 1.000 kg? *(1 punto)*

www.c

Problema 2B

a) Determina los valores A y B que aparecen en la función $Q(x)$. Recordamos que $Q(x) = 30x^2 + Ax + B - x^3$

“Sabemos que la producción máxima se alcanza cuando el invernadero se mantiene a 21 grados centígrados, y que dicha producción máxima es 5.300 kg.” $\rightarrow \begin{cases} Q(21) = 5300 \\ Q'(21) = 0 \end{cases}$

Se aplican las condiciones dadas por el enunciado para obtener los valores de A y B .

$$Q(21) = 30 \cdot 21^2 + A \cdot 21 + B - 21^3 = 5300 \rightarrow 21A + B = 1331 \xrightarrow{\hspace{10em}} B = 8$$

$$Q'(x) = 60x + A - 3 \cdot x^2 \rightarrow Q'(21) = 60 \cdot 21 + A - 3 \cdot 21^2 = 0 \rightarrow A - 63 = 0 \rightarrow A = 63$$

Los valores pedidos son: $A = 63$ y $B = 8$.

Aunque no se indica explícitamente en el enunciado, en los apartados siguientes utilizaremos los valores de A y B obtenidos. Siendo $Q(x) = 30x^2 + 63x + 8 - x^3$

Reordenando los términos: $Q(x) = -x^3 + 30x^2 + 63x + 8$

Problema 2B

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $Q(x)$. $Q(x) = -x^3 + 30x^2 + 63x + 8$

Se calcula la derivada de la función y se iguala a cero. Después se hace un estudio de signos de la función derivada.

$$Q'(x) = -3x^2 + 60x + 63 \longrightarrow -3x^2 + 60x + 63 = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = -1 \longrightarrow \notin [10,30] \\ x = 21 \end{cases}$$

10 21 30

Se hace un estudio de signos de $Q'(x)$, teniendo en cuenta que $x \in [10,30]$.

$Q'(x)$	+	-
$Q(x)$		

$Q(x)$ es **creciente** si $x \in (10,21)$ y **decreciente** si $x \in (21,30)$

$$Q'(15) = 288 > 0 \quad Q'(25) = -312 < 0$$

Problema 2B

c) Para valores de la temperatura comprendidos entre 10 y 30 grados centígrados, ¿en algún caso se obtiene una producción inferior a 1.000 kg?

A partir del estudio de signos de $Q(x)$ podemos deducir que el mínimo absoluto está en $x = 10$ o $x = 30$.

	10	21	30
$Q'(x)$	+		-
$Q(x)$		↗	↘

Calculo cual es el valor del mínimo absoluto de la función en el intervalo propuesto. $Q(x) = -x^3 + 30x^2 + 63x + 8$

$$Q(10) = -10^3 + 30 \cdot 10^2 + 63 \cdot 10 + 8 = 2638$$

$$Q(30) = -30^3 + 30 \cdot 30^2 + 63 \cdot 30 + 8 = 1898$$

Nunca se obtendrá una producción inferior a 1000 kg, ya que la producción mínima es 1898 kg.