



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 1B

JULIO 2025–extra DANA

Programación lineal

©Angel Cuesta Arza



PROBLEMA 1B

Una empresa de organización de eventos desea poner a la venta dos tipos de entradas para un evento musical: entradas preferentes y entradas estándar, que se venden a 115€ y 90€, respectivamente, aunque en las localidades preferentes la empresa tiene unos gastos de 5€ por entrada porque en ellas se sirve un aperitivo. La instalación de cada localidad preferente tiene un coste de 20€ y la de cada localidad estándar de 10€; la empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación. El aforo máximo es de 75 asientos.

- a) ¿Cuántas entradas de cada tipo se deben poner a la venta para obtener el máximo beneficio posible?
- b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo?

Solución: En primer lugar, se definen las incógnitas del problema.

x= número de entradas preferentes vendidas.
y= número de entradas estándar vendidas.

Se calcula la función beneficio. Siendo esta la diferencia entre los ingresos y los gastos.

El beneficio obtenido por entrada preferente es: $115 - 5 - 20 = 90 \text{ €}$

El beneficio obtenido por entrada estándar es: $90 - 10 = 80 \text{ €}$

La función que define el beneficio es: $z = 90x + 80y$

En la siguiente diapositiva se definen las restricciones.

A partir del enunciado planteamos las restricciones:

“La instalación de cada localidad preferente tiene un coste de 20€ y la de cada localidad estándar de 10€; la empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación.” $\rightarrow 20x + 10y \leq 1000 \rightarrow 2x + y \leq 100$

“El aforo máximo es de 75 asientos.” $\rightarrow x + y \leq 75$

“restricciones triviales” $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

La función objetivo está definida por el beneficio: $z = 90x + 80y$

PROBLEMA 1B

Quedando el planteamiento definitivo así: En primer lugar, hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

Maximizar: $z = 90x + 80y$

$$\text{s. a. } \begin{cases} 2x + y \leq 100 \\ x + y \leq 75 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

(a) $2x + y \leq 100$

Expresamos la recta: $2x + y = 100$

Tomamos dos puntos para representarla:

x	y
0	100
50	0

Comprobamos si $(0,0)$ pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación $(0, 0)$

$2 \cdot 0 + 0 \leq 100 \rightarrow$ Si Cumple; $(0, 0) \in \{2x + y \leq 100\}$

(b) $x + y \leq 75$

Expresamos la recta: $x + y = 75$

Tomamos dos puntos para representarla:

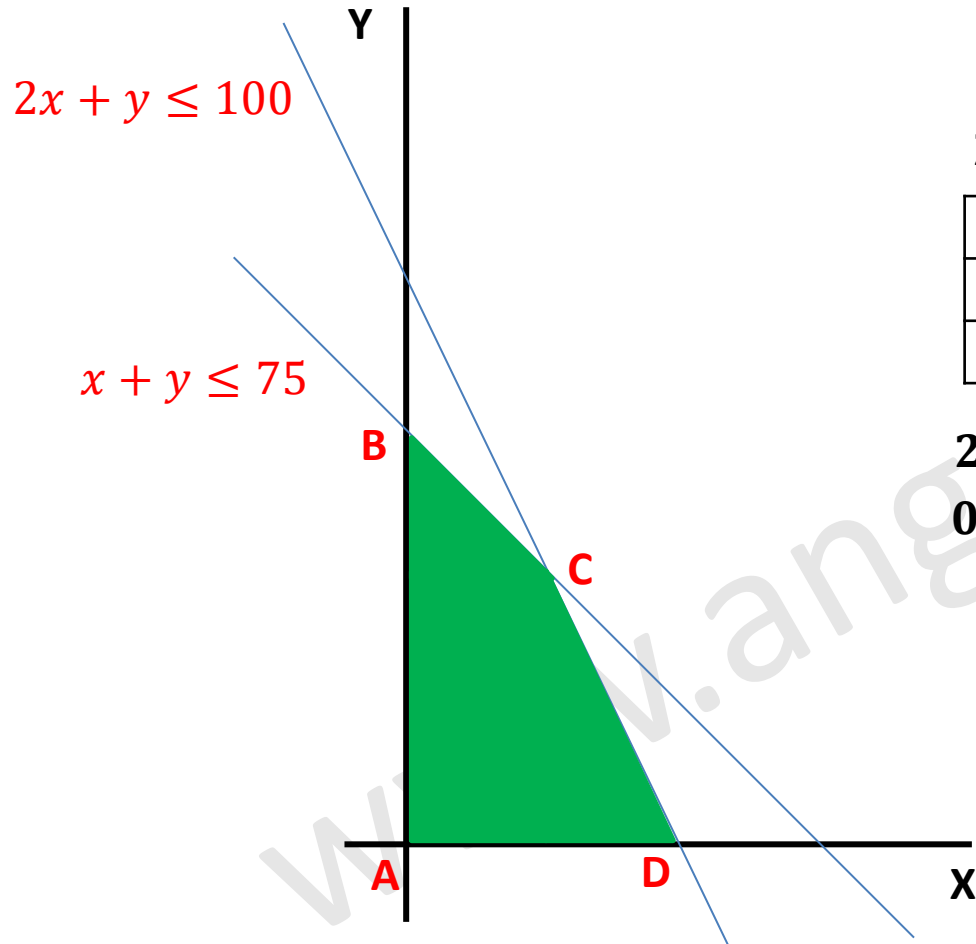
x	y
0	75
75	0

Comprobamos si $(0,0)$ pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación $(0, 0)$

$0 + 0 \leq 75 \rightarrow$ Si Cumple; $(0, 0) \in \{x + y \leq 75\}$

PROBLEMA 1B

Representamos las inecuaciones y observamos cuál es la región factible. s. a. $\begin{cases} 2x + y \leq 100 \\ x + y \leq 75 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$



$$2x + y = 100$$

x	y
0	100
50	0

$$x + y = 75$$

x	y
0	75
75	0

$$2 \cdot 0 + 0 \leq 100; \quad (0, 0) \in \{2x + y \leq 100\}$$

$$0 + 0 \leq 75; \quad (0, 0) \in \{x + y \leq 75\}$$

Para calcular las coordenadas del vértice C, se debe resolver el sistema de ecuaciones formado por las rectas que dan lugar a dicho vértice. Los vértices A, B y D no hace falta calcularlos, porque ya disponemos de sus coordenadas (son los puntos de corte con los ejes).

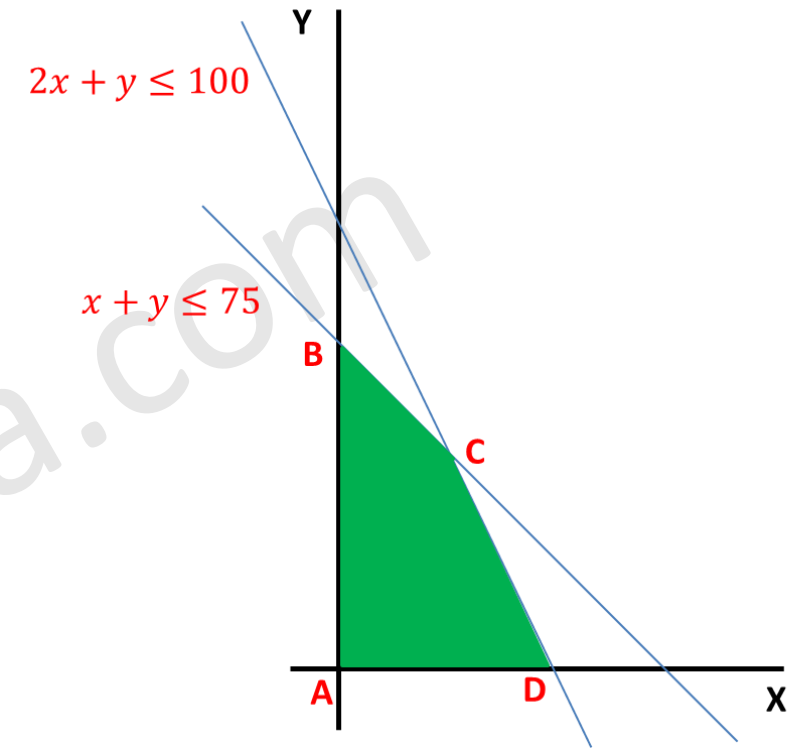
Vértice C:
$$\begin{cases} 2x + y = 100 \\ x + y = 75 \end{cases}$$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 100 & 1 \\ 75 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{25}{1} = 25 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 100 \\ 1 & 75 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{50}{1} = 50$$

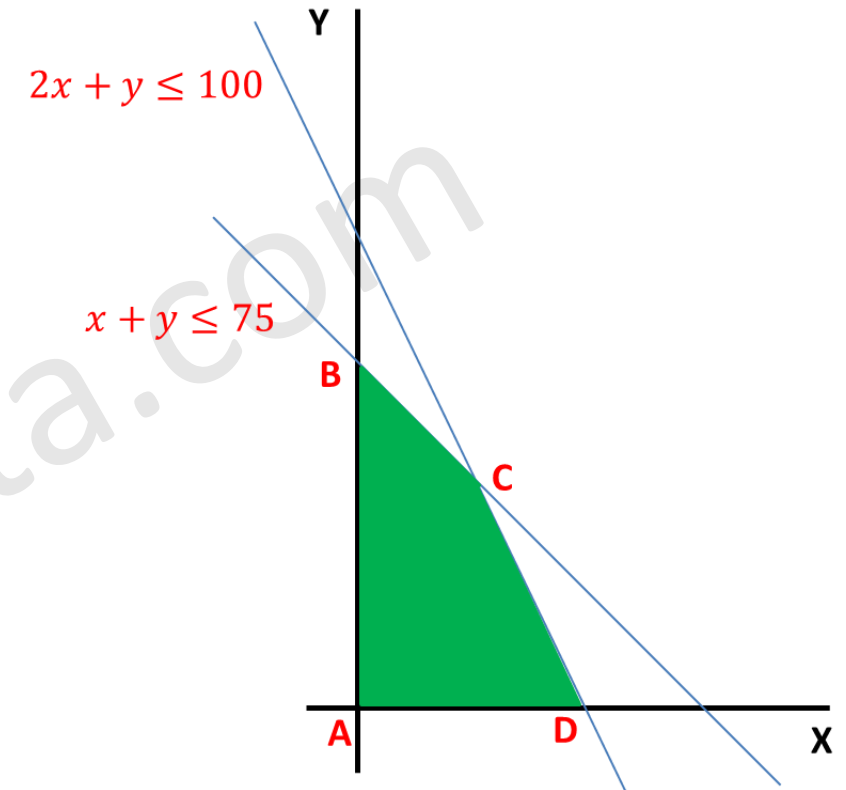
Las coordenadas del vértice C son: **C = (25, 50)**

Las coordenadas del resto de vértices son: **A = (0, 0); B(0, 75) y D(50, 0)**



El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculo los valores de la función en los vértices.

x	y	$z = 90x + 80y$
0	0	$90 \cdot 0 + 80 \cdot 0 = 0$
0	75	$90 \cdot 0 + 80 \cdot 75 = 6000$
25	50	$90 \cdot 25 + 80 \cdot 50 = 6250$
50	0	$90 \cdot 50 + 80 \cdot 0 = 4500$



PROBLEMA 1B

Solución: debe poner a la venta **25 entradas preferentes y 50 entradas estándar**. Con esta combinación, cumplirá las restricciones dadas y el beneficio será de **6250 euros**.

x	y	$z = 90x + 80y$
0	0	$90 \cdot 0 + 80 \cdot 0 = 0$
0	75	$90 \cdot 0 + 80 \cdot 75 = 6000$
25	50	$90 \cdot 25 + 80 \cdot 50 = 6250$
50	0	$90 \cdot 50 + 80 \cdot 0 = 4500$