Selectividad Comunidad Valenciana

Matemáticas CC.SS
Julio 2023

Problema 5
Probabilidad

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR

PAU Junio 2021

PAU Septiembre 2020

PAU Julio 2020

PAU Julio 2020

PAU Julio 2019

PAU Julio 2019

PAU Junio 2019

PAU Junio 2019

Problema 5

Una estación espacial internacional cuenta con un grupo de especialistas en ingeniería y con otro de especialistas en ciencias. El grupo de especialistas en ingeniería está compuesto por 10 especialistas de América y 20 de Europa, entre los cuales 7 y 9 son mujeres, respectivamente. El grupo de especialistas en ciencias está formado por 21 especialistas de América y 19 de Europa, entre los cuales 12 y 10 son mujeres, respectivamente. Se elige un integrante de la estación espacial al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Europa?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y especialista en ciencias?

c) Si se ha elegido una mujer, ¿es más probable que sea especialista en ciencias o en ingeniería?

d) ¿Son independientes los sucesos “ser mujer” y “ser especialista en ingeniería”?

Solución: Se definen los sucesos: I=especialista en ingeniería. C=especialista en ciencias.

A=especialista de América. E=especialista de Europa.

H=el especialista es hombre. M=la especialista es mujer.

A partir de los datos del enunciado podemos concluir que:

Hay 30 especialistas en el grupo de ingeniería (10 de América y 20 de Europa)

Hay 40 especialistas en el grupo de ciencias (21 de América y 19 de Europa)

Se construye el diagrama de árbol a partir de los datos. Sólo se construye la parte necesaria para responder al apartado a). Más adelante se completará.

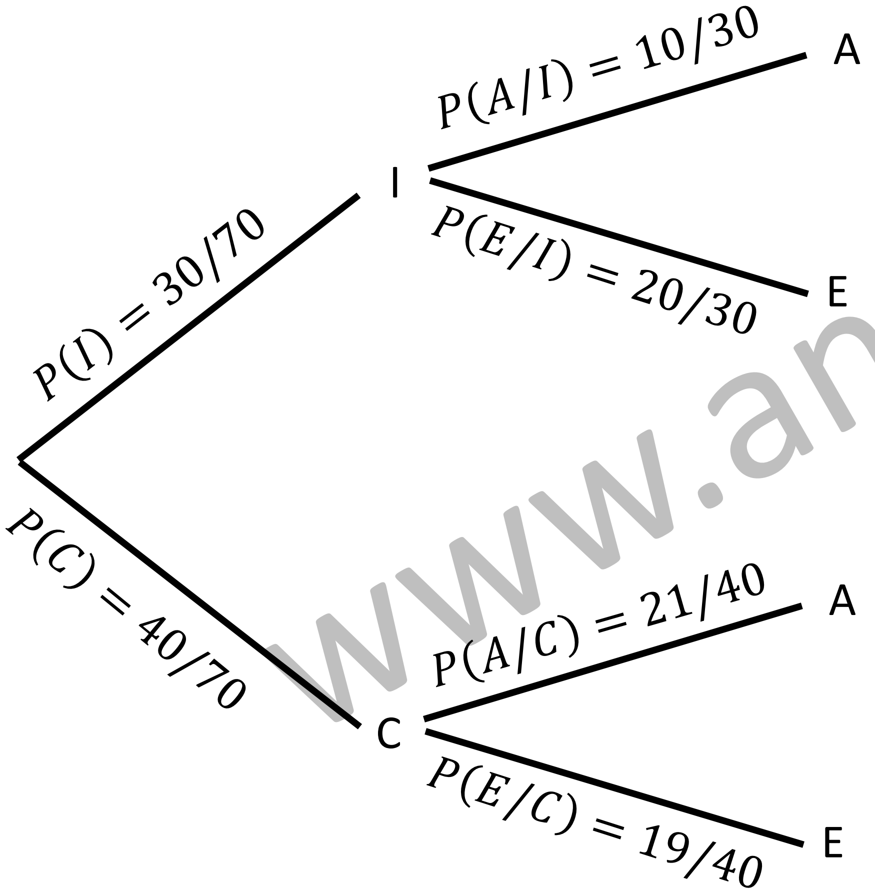
Problema 5

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Europa?

En total hay 70 especialistas: 30 de ingeniería y 40 de ciencias.

El grupo de especialistas en ingeniería está compuesto por 10 especialistas de América y 20 de Europa.

El grupo de especialistas en ciencias está formado por 21 especialistas de América y 19 de Europa.



Se aplica el teorema de la probabilidad total.

$$P(E) = P(I) \cdot P(E/I) + P(C) \cdot P(E/C)$$

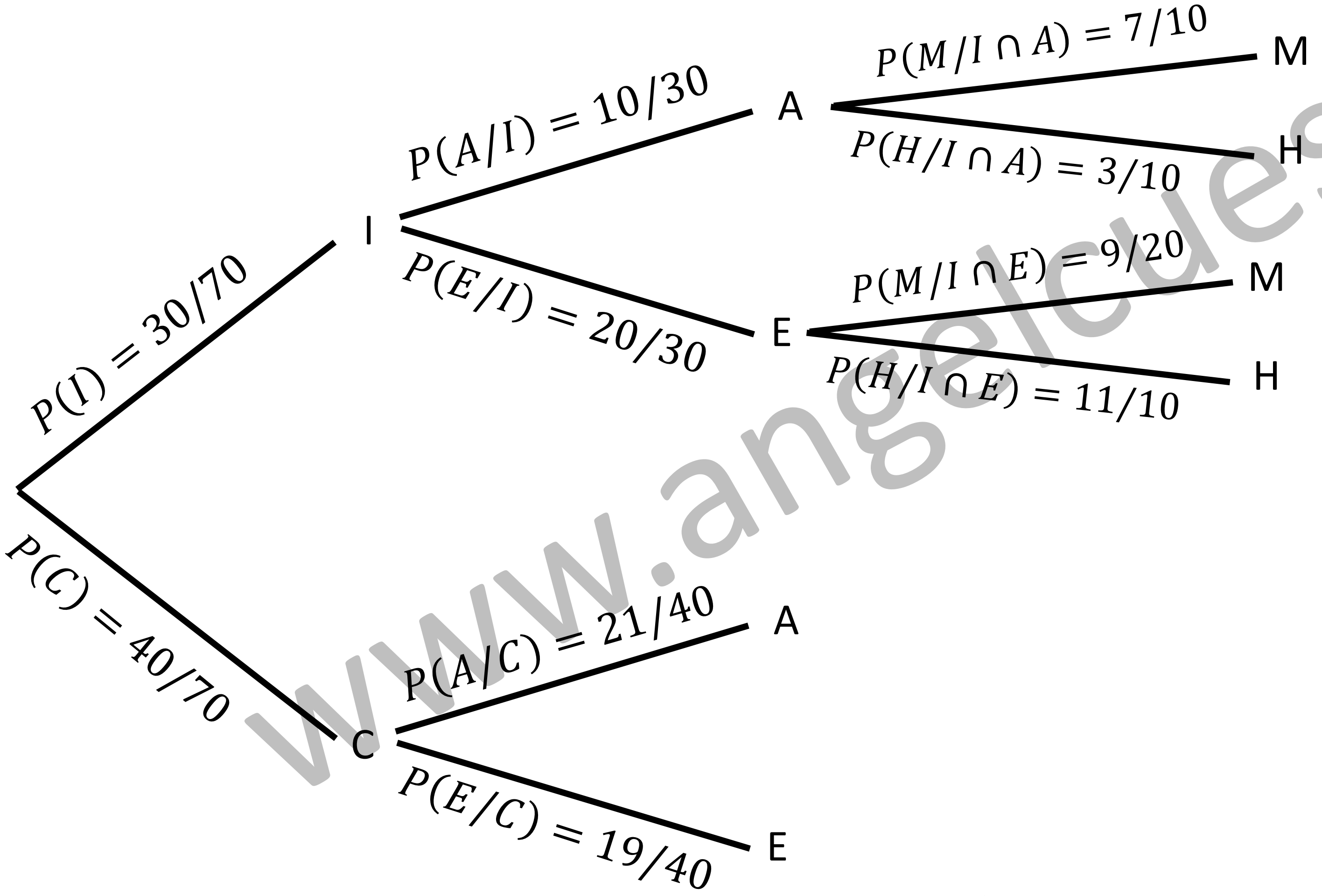
$$P(E) = \frac{30}{70} \cdot \frac{20}{30} + \frac{40}{70} \cdot \frac{19}{40} = \frac{39}{70}$$

La probabilidad de el especialista sea de Europa es **39/70.**

Problema 5

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y especialista en ciencias?

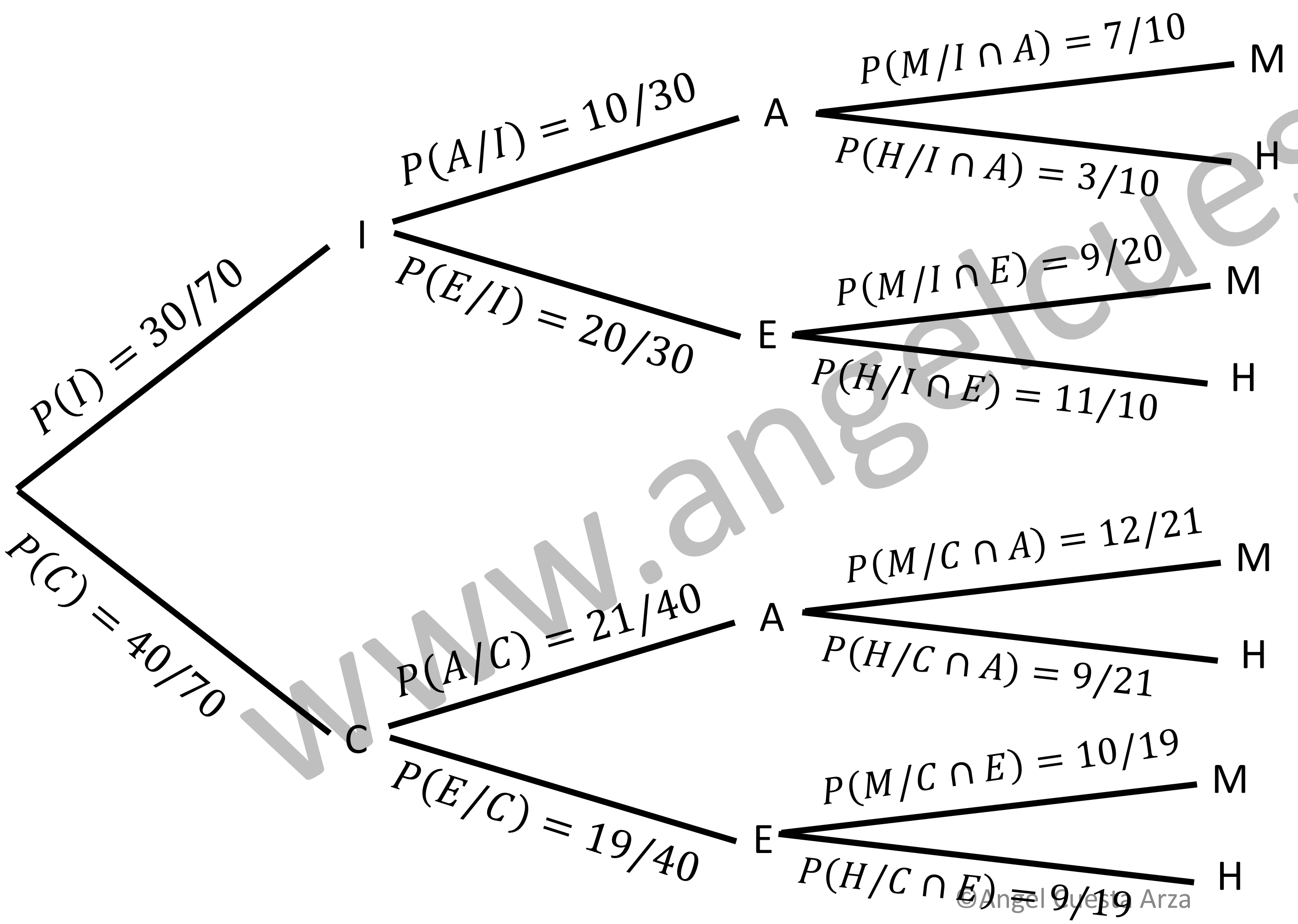
El grupo de especialistas en ingeniería está compuesto por 10 especialistas de América y 20 de Europa, entre los cuales 7 y 9 son mujeres, respectivamente



Problema 5

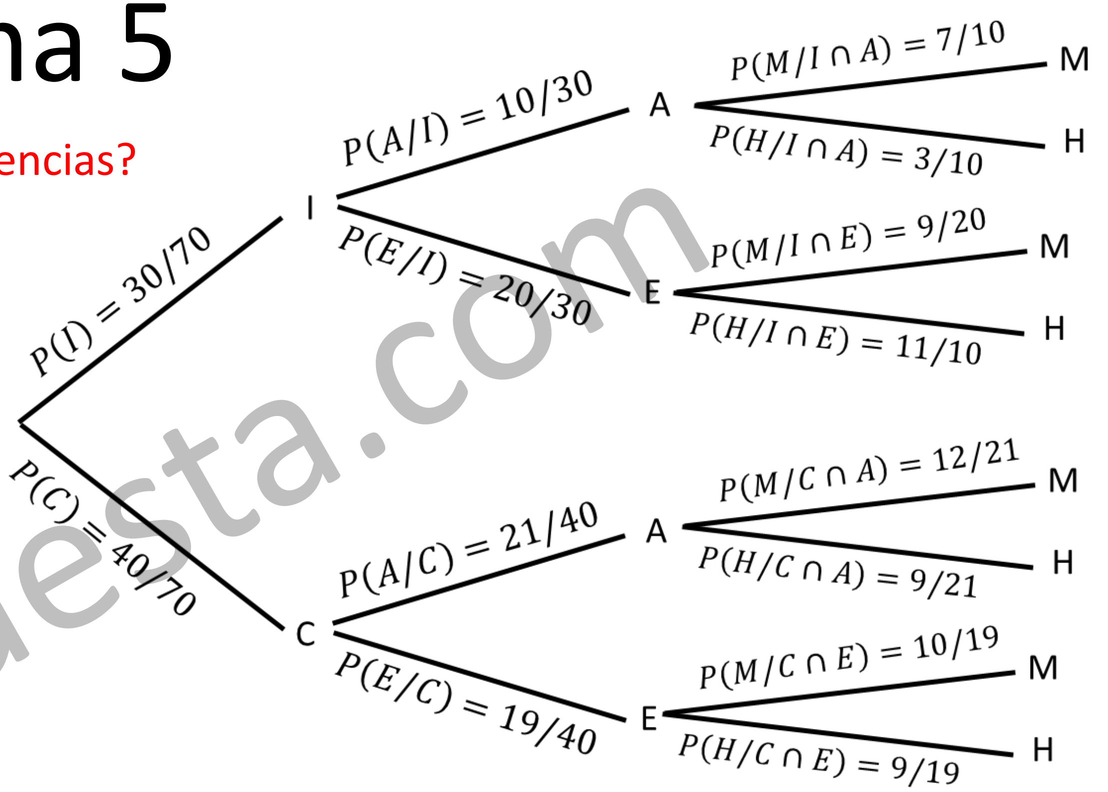
b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y especialista en ciencias?

El grupo de especialistas en ciencias está formado por 21 especialistas de América y 19 de Europa, entre los cuales 12 y 10 son mujeres, respectivamente.



Problema 5

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y especialista en ciencias?



Se calculan las probabilidades necesarias.

Primero, hombre americano, especialista en ciencias.

$$P(C \cap A \cap H) = P(C) \cdot P(A/C) \cdot P(H/C \cap A)$$

$$P(C \cap A \cap H) = \frac{40}{70} \cdot \frac{21}{40} \cdot \frac{9}{21} = \frac{9}{70}$$

Ahora, hombre europeo, especialista en ciencias.

$$P(C \cap E \cap H) = P(C) \cdot P(E/C) \cdot P(H/C \cap E)$$

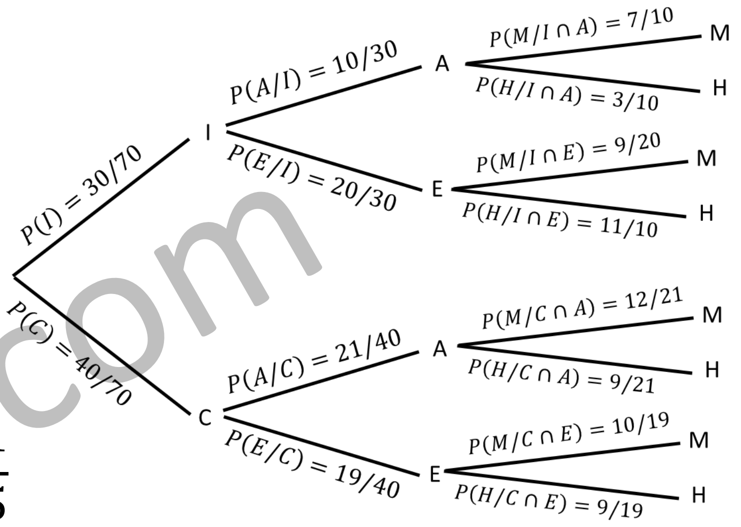
$$P(C \cap A \cap H) = \frac{40}{70} \cdot \frac{19}{40} \cdot \frac{9}{19} = \frac{9}{70}$$

Suman las probabilidades de las dos ramas que definen el suceso.

$$P(C \cap H) = P(C \cap A \cap H) + P(C \cap E \cap H) = \frac{9}{70} + \frac{9}{70} = \frac{18}{70} = \frac{9}{35}$$

La probabilidad de el especialista sea hombre y especialista en ciencias es **9/35.**

Problema 5



c) Si se ha elegido una mujer, ¿es más probable que sea especialista en ciencias o en ingeniería?

Se debe aplicar el teorema de Bayes. Para poder aplicar dicho teorema, calculo la probabilidad de que un especialista sea de ciencias y mujer.

$$P(C \cap M) = P(C \cap A \cap M) + P(C \cap E \cap M) = \frac{40}{70} \cdot \frac{21}{40} \cdot \frac{12}{21} + \frac{40}{70} \cdot \frac{19}{40} \cdot \frac{10}{19} = \frac{22}{70} = \frac{11}{35}$$

Y la probabilidad de que un especialista sea ingeniera y mujer.

$$P(I \cap M) = P(I \cap A \cap M) + P(I \cap E \cap M) = \frac{30}{70} \cdot \frac{10}{30} \cdot \frac{7}{10} + \frac{30}{70} \cdot \frac{20}{30} \cdot \frac{9}{20} = \frac{16}{70} = \frac{8}{35}$$

Se aplica el teorema de Bayes.

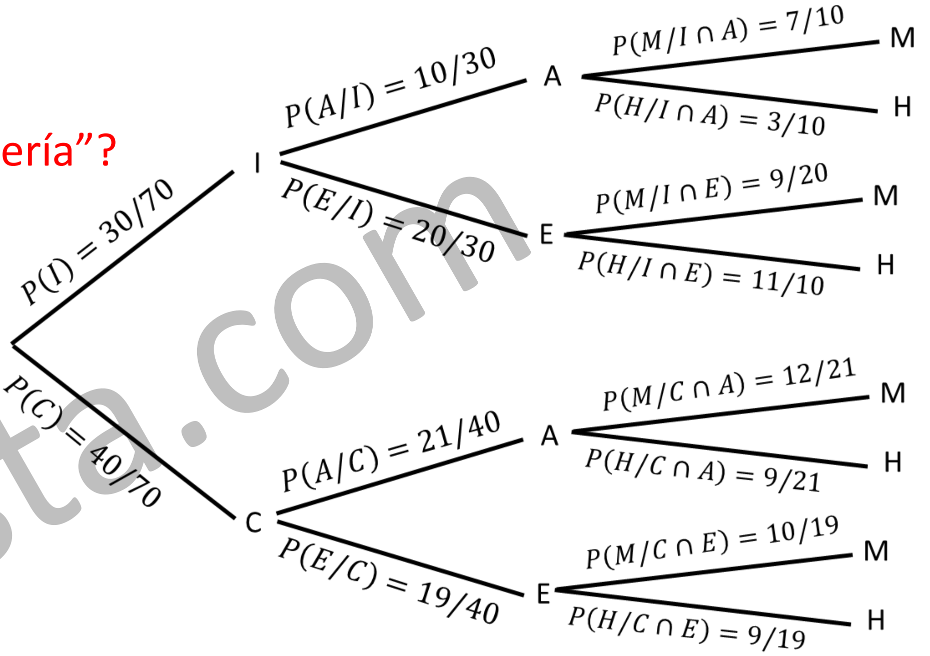
$$P(C/M) = \frac{P(C \cap M)}{P(M)} = \frac{P(C \cap M)}{P(C \cap M) + P(I \cap M)} = \frac{\frac{11}{35}}{\frac{11}{35} + \frac{8}{35}} = \frac{11}{19}$$

$$P(I/M) = \frac{P(I \cap M)}{P(M)} = \frac{P(I \cap M)}{P(C \cap M) + P(I \cap M)} = \frac{\frac{8}{35}}{\frac{11}{35} + \frac{8}{35}} = \frac{8}{19}$$

Es más probable que sea **especialista en ciencias** (11/19>8/19).

Problema 5

d) ¿Son independientes los sucesos “ser mujer” y “ser especialista en ingeniería”?



Se calculan ambas probabilidades .

$$P(M) = P(I \cap M) + P(C \cap M) = \frac{8}{35} + \frac{11}{35} = \frac{19}{35}$$

$$P(I) = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$$

Ambos sucesos serán independientes si: $P(I \cap M) = P(I) \cdot P(M)$

Se comprueba si se verifica o no la igualdad. $P(I) \cdot P(M) = \frac{3}{7} \cdot \frac{19}{35} = \frac{57}{245}$

Como se calculó anteriormente: $P(I \cap M) = \frac{8}{35}$

Por lo tanto, los sucesos no son independientes ya que: $P(I \cap M) \neq P(I) \cdot P(M)$