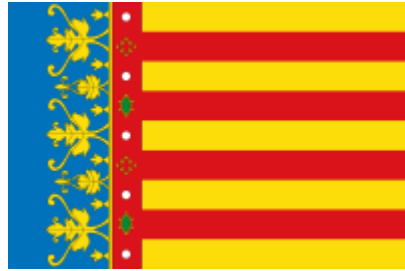


Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Julio 2022



Problema 4

Optimización de una función

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR



PAU Julio 2021



PAU Junio 2021



PAU Septiembre 2020



PAU Julio 2020



Problema 4

Una máquina está productiva durante un año desde su compra. Se sabe que el rendimiento (en porcentaje) que tiene la máquina x meses después de su compra viene dado por la función

$$f(x) = \frac{1}{10} \cdot (800 + 15x + 6x^2 - x^3)$$

para cualquier x entre 0 y 12.

- ¿Es el rendimiento que tiene la máquina un mes después de su compra superior al rendimiento que tiene dos meses después de su compra?
- ¿Tras cuántos meses después de su compra alcanza la máquina su mayor rendimiento?; ¿cuál es dicho rendimiento máximo?
- A lo largo del año, ¿tiene en algún momento la máquina un rendimiento inferior al 10%?

Solución:

Se calcula el rendimiento el primer y el segundo mes. Para ello se sustituye en la función $x=1$ y $x=2$.

$$f(1) = \frac{1}{10} \cdot (800 + 15 \cdot 1 + 6 \cdot 1^2 - 1^3) = 82 \%$$

$$f(2) = \frac{1}{10} \cdot (800 + 15 \cdot 2 + 6 \cdot 2^2 - 2^3) = 84'6 \%$$

El rendimiento de la máquina el primer mes NO es superior al del segundo mes.

Problema 4

$$f(x) = \frac{1}{10} \cdot (800 + 15x + 6x^2 - x^3)$$



b) ¿Tras cuántos meses después de su compra alcanza la máquina su mayor rendimiento?; ¿cuál es dicho rendimiento máximo?

Se calcula la derivada de la función y se iguala a cero.

$$f'(x) = \frac{1}{10} \cdot (15 + 12x - 3x^2) \longrightarrow \frac{1}{10} \cdot (15 + 12x - 3x^2) = 0 \longrightarrow -3x^2 + 12x + 15 = 0$$

Se resuelve la ecuación. $\begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$ Puesto que x está comprendida entre 0 y 12, **sólo es válida la solución x=5.**

Se hace un estudio de signos de la derivada.

	0	5	12
$f'(x)$		+	-
$f(x)$			

$f(x)$ presenta un máximo relativo en $x=5$.

Se calcula su valor para $x=5$.

$$f(5) = \frac{1}{10} \cdot (800 + 15 \cdot 5 + 6 \cdot 5^2 - 5^3) = \mathbf{90\%}$$



El máximo rendimiento se alcanza a los 5 meses y es del 90%.

Problema 4

$$f(x) = \frac{1}{10} \cdot (800 + 15x + 6x^2 - x^3)$$

c) A lo largo del año, ¿tiene en algún momento la máquina un rendimiento inferior al 10%?

Razonaré utilizando el estudio de signos obtenido anteriormente.

	0	5	12
$f'(x)$		+	-
$f(x)$			

Como se puede deducir de dicho estudio, la función crece desde $x=0$ hasta $x=5$ y luego decrece desde $x=5$ hasta $x=12$.

Se calcula el rendimiento para esos tres meses

$$f(0) = \frac{1}{10} \cdot (800 + 15 \cdot 0 + 6 \cdot 0^2 - 0^3) = 80 \% \quad f(5) = \frac{1}{10} \cdot (800 + 15 \cdot 5 + 6 \cdot 5^2 - 5^3) = 90 \%$$

$$f(12) = \frac{1}{10} \cdot (800 + 15 \cdot 12 + 6 \cdot 12^2 - 12^3) = 11'6 \%$$

La función parte de un rendimiento del 80% y sube hasta el 90%. Luego disminuye desde el 90% hasta el 11'6%. Por ello podemos decir que **en ningún momento está por debajo del 10%**.