

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas II Modelo 2024



Problema 8

Distribución Binomial

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR



Distribución
Binomial



Distribuciones de
variables discretas



Probabilidad. Álgebra
de conjuntos



Probabilidad.
Teoremas

www.angelcuestaarza.com

PROBLEMA 8

Un usuario de internet sabe que en el 60% de las compras que realiza no tiene ningún problema. Si en un día realiza 8 compras, calcular

- a) La probabilidad de que, como máximo en 6, no tenga ningún problema.
- b) La probabilidad de que no tenga problemas al menos en 4 compras.
- c) La probabilidad de que no tenga problemas en más de 3 y como máximo en 7 compras.

Solución: Puesto que el experimento “realizar una compra” sólo tiene **dos** posibles resultados y además los resultados de las distintas compras son **independientes** entre sí, podemos decir que el número de compras que no tiene problemas es una variable aleatoria que sigue una distribución binomial. Siendo:

X =número de compras que no tienen ningún problema

p =probabilidad de éxito (la compra no tiene ningún problema)=**0,6**

q =probabilidad de fracaso (la compra tiene problema)=**0,4**

Podemos escribir: $X \sim Bi(8, 0,6)$

PROBLEMA 8

a) La probabilidad de que, como máximo en 6, no tenga ningún problema. $X \sim Bi(8, 0,6)$

Si tratamos de utilizar la tabla, nos encontraremos con el problema de que la probabilidad de éxito igual a **0,6** no está en la tabla que nos proporcionan en el examen. **Sólo hay valores comprendidos entre 0 y 0,5.**

Por ello, debemos hacer un cambio de variable y definir una nueva distribución binomial asociada al suceso contrario, es decir, el número de compras que han dado problemas. Siendo:

Y =número de compras que dan algún problema

p = probabilidad de éxito (la compra tiene problema)=**0,4**

q = probabilidad de fracaso (la compra no tiene ningún problema)=**0,6**

Podemos escribir: $Y \sim Bi(8, 0,4)$

Ahora debemos reescribir la pregunta en función de Y . $X + Y = 8 \longrightarrow X = 8 - Y$

$$P(X \leq 6) \xrightarrow{X = 8 - Y} P(8 - Y \leq 6) \longrightarrow P(-Y \leq -2) \longrightarrow P(Y \geq 2)$$

Puesto que la tabla es de frecuencia acumulada a izquierda, nos interesa obtener una expresión del tipo: $P(Y \leq a)$

$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y < 2) = 1 - P(Y \leq 1)$ Ahora ya podemos utilizar la tabla.

PROBLEMA 8

a) La probabilidad de que, como máximo en 6, no tenga ningún problema. $Y \sim Bi(8, 0,4)$

$$P(Y \leq 1) = \mathbf{0,1064}$$

Taula de la distribució binomial (Bin(n,p))
Tabla de la distribución Binomial (Bin(n,p))

$$F(x) = p(X \leq x) = \sum_{k=1}^x \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

n	k	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
1	0	0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6667	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
8	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0039
	1	0,9973	0,9428	0,8131	0,5033	0,3671	0,2553	0,1951	0,1691	0,1064	0,0632	0,0352
	2	0,9999	0,9942	0,9619	0,7969	0,6785	0,5518	0,4682	0,4278	0,3154	0,2201	0,1445
	3	1,0000	0,9996	0,9950	0,9437	0,8862	0,8059	0,7414	0,7064	0,5941	0,4770	0,3633
	4	1,0000	1,0000	0,9996	0,9896	0,9727	0,9420	0,9121	0,8939	0,8263	0,7396	0,6367
	5	1,0000	1,0000	1,0000	0,9988	0,9958	0,9887	0,9803	0,9747	0,9502	0,9115	0,8555
	6	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9987	0,9974	0,9964	0,9915	0,9819	0,9648
	7	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9998	0,9993	0,9983	0,9961
	8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

$$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y < 2) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - 0,1064 = \mathbf{0,8936}$$

La probabilidad de que, como máximo en 6, no tenga ningún problema es **0,8936**, es decir, un **89,36 %**.

PROBLEMA 8

b) La probabilidad de que no tenga problemas al menos en 4 compras. $Y \sim Bi(8, 0,4)$

$$P(X \geq 4) = P(8 - Y \geq 4) = P(-Y \geq -4) = P(Y \leq 4) = 0,8263$$

Taula de la distribució binomial (Bin(n,p))
Tabla de la distribución Binomial (Bin(n,p))

$$F(x) = p(X \leq x) = \sum_{k=1}^x \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

n	k	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
1	0	0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6667	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
8	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0039
	1	0,9973	0,9428	0,8131	0,5033	0,3671	0,2553	0,1951	0,1691	0,1064	0,0632	0,0352
	2	0,9999	0,9942	0,9619	0,7969	0,6785	0,5518	0,4682	0,4278	0,3154	0,2201	0,1445
	3	1,0000	0,9996	0,9950	0,9437	0,8862	0,8059	0,7414	0,7064	0,5941	0,4770	0,3633
	4	1,0000	1,0000	0,9996	0,9896	0,9727	0,9420	0,9121	0,8939	0,8263	0,7396	0,6367
	5	1,0000	1,0000	1,0000	0,9988	0,9958	0,9887	0,9803	0,9747	0,9502	0,9115	0,8555
	6	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9987	0,9974	0,9964	0,9915	0,9819	0,9648
	7	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9998	0,9993	0,9983	0,9961
	8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

La probabilidad de que no tenga problemas al menos en 4 compras es **0,8263**, es decir, un **82,63 %**.

PROBLEMA 8

c) La probabilidad de que no tenga problemas en más de 3 y como máximo en 7 compras. $Y \sim Bi(8, 0,4)$

$$P(3 < X \leq 7) = P(X \leq 7) - P(X \leq 3) = P(8 - Y \leq 7) - P(8 - Y \leq 3) = P(-Y \leq -1) - P(-Y \leq -5) = \\ = P(Y \geq 1) - P(Y \geq 5) = 1 - P(Y \leq 0) - (1 - P(Y \leq 4)) = 1 - 0,0168 - (1 - 0,8263) = 0,8095$$

Taula de la distribució binomial (Bin(n,p))

Tabla de la distribución Binomial (Bin(n,p))

$$F(x) = p(X \leq x) = \sum_{k=1}^x \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

n	k	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
1	0	0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6667	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
8	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0039
	1	0,9973	0,9428	0,8131	0,5033	0,3671	0,2553	0,1951	0,1691	0,1064	0,0632	0,0352
	2	0,9999	0,9942	0,9619	0,7969	0,6785	0,5518	0,4682	0,4278	0,3154	0,2201	0,1445
	3	1,0000	0,9996	0,9950	0,9437	0,8862	0,8059	0,7414	0,7064	0,5941	0,4770	0,3633
	4	1,0000	1,0000	0,9996	0,9896	0,9727	0,9420	0,9121	0,8939	0,8263	0,7396	0,6367
	5	1,0000	1,0000	1,0000	0,9988	0,9958	0,9887	0,9803	0,9747	0,9502	0,9115	0,8555
	6	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9987	0,9974	0,9964	0,9915	0,9819	0,9648
	7	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9998	0,9993	0,9983	0,9961
	8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

La probabilidad de que no tenga problemas en más de 3 y como máximo en 7 compras es **0,8095**, es decir, un **80,95%**.