



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

**PROBABILIDAD
DISTRIBUCIÓN BINOMIAL**

JUNIO 2026 RESERVA - PROBLEMA 1





PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

**PROBABILIDAD
DISTRIBUCIÓN BINOMIAL**

JUNIO 2026 RESERVA - PROBLEMA 1

PREPÁRATE BIEN

Si no has trabajado nunca con probabilidad, te recomiendo que veas y trabajes con mi curso de probabilidad básica y con los dos cursos de probabilidad más avanzados, donde explico el álgebra de conjuntos y los teoremas fundamentales de la probabilidad, teorema de la probabilidad total y teorema de Bayes. Te dejo los códigos QR y los enlaces para que puedas acceder al vídeo correspondiente.

También es recomendable repasar el contenido de mi vídeo sobre el estudio **de la distribución binomial**.



Distribución binomial

<https://youtu.be/fiElXwykWYY>



Teoría y ejercicios de probabilidad.

<https://youtu.be/1Dvh2QpL2pw>



Álgebra de conjuntos

https://youtu.be/Pu_6f73w3o8



Teoremas

<https://youtu.be/KS6VfQgGOCA>

PROBLEMA 1

Durante la semana cultural de un centro docente, el Departamento de Matemáticas organiza un juego de azar por rondas en el que los alumnos pueden obtener puntos canjeables por pequeños premios. En cada ronda se lanza primero una moneda y, a continuación, un dado de seis caras. El resultado de la moneda combinado con el valor obtenido por el dado determina la condición para ganar la ronda:

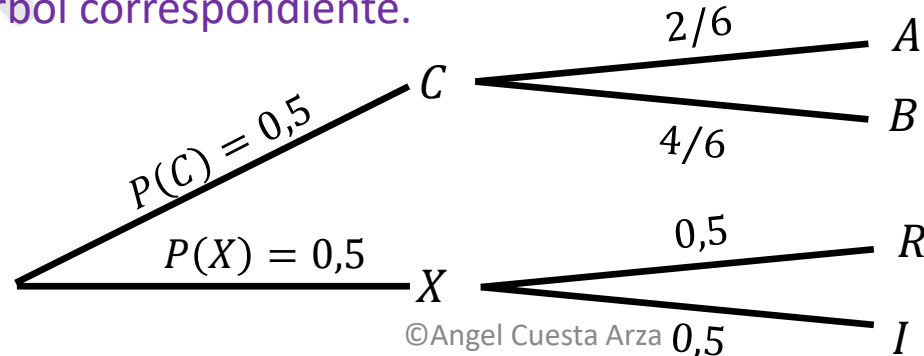
- Si la moneda sale cara, el alumno gana la ronda si el número obtenido en el dado es mayor o igual que 5.
- Si la moneda sale cruz, el alumno gana la ronda si el número obtenido en el dado es par.

Cada ronda es independiente y sigue exactamente este mismo procedimiento. Se pide:

1.1 Calcular la probabilidad de que, en una ronda cualquiera, el alumno gane.

Se definen los sucesos dados en el enunciado. $C = \{\text{Sale cara}\}$ $X = \{\text{Sale cruz}\}$ $R = \{\text{Sale par}\}$ $I = \{\text{Sale impar}\}$
 $A = \{\text{Mayor o igual que 5}\}$ $B = \{\text{Menor o igual que 4}\}$

Se representa el diagrama de árbol correspondiente.



PROBLEMA 1

1.1 Calcular la probabilidad de que, en una ronda cualquiera, el alumno gane.

Se define el suceso ganar. $G = \{\text{El alumno gana la ronda}\}$

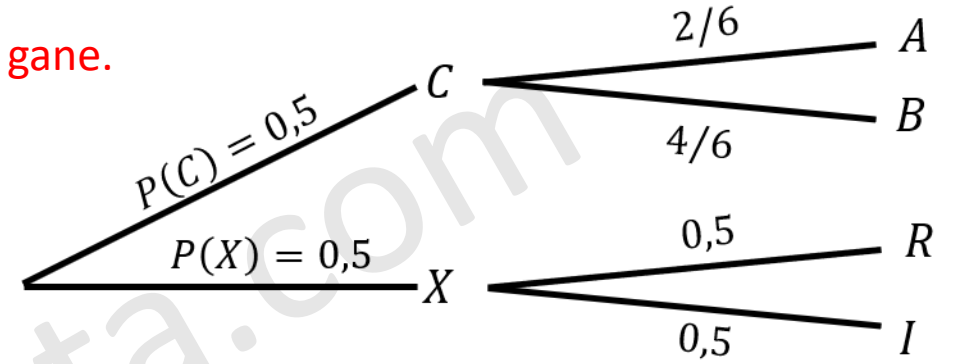
Siendo: $G = (C \cap A) \cup (X \cap R)$

Se aplica el teorema de la probabilidad total.

$$P(G) = P(C \cap A) + P(X \cap R) = P(C) \cdot P(A/C) + P(X) \cdot P(R/X)$$

$$P(G) = P(C \cap A) + P(X \cap R) = 0,5 \cdot \frac{2}{6} + 0,5 \cdot 0,5 = \frac{5}{12} \approx 0,4167$$

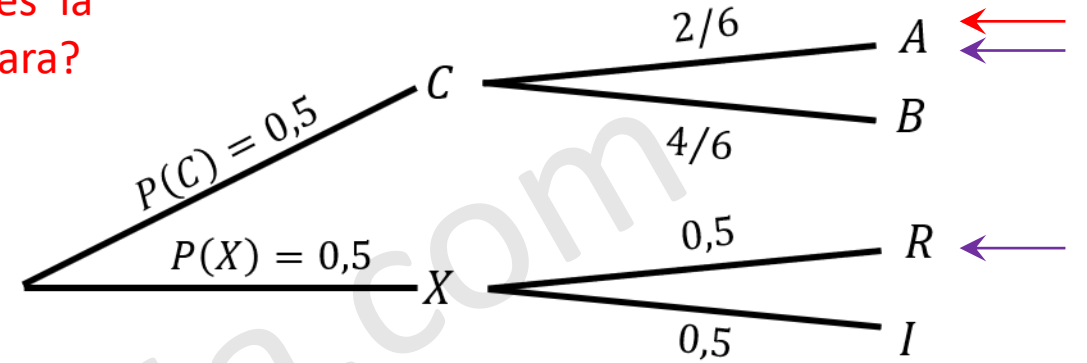
La probabilidad de que, en una ronda cualquiera, el alumno gane es $5/12 \approx 0,4167$ (41,67 %).



1.2 Sabiendo que en una ronda el alumno ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que en el lanzamiento de la moneda haya salido cara?

Se aplica el teorema de Bayes (probabilidad a posteriori).

$$P(C/G) = \frac{P(C \cap G)}{P(G)} = \frac{P(C \cap A)}{P(G)}$$



En este caso, si ha salido cara y el alumno ha ganado, necesariamente el dado ha sacado un número mayor o igual que 5.

$$P(C/G) = \frac{P(C \cap A)}{P(G)} = \frac{P(C) \cdot P(A/C)}{P(G)} = \frac{0,5 \cdot \frac{2}{6}}{\frac{5}{12}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Sabiendo que en una ronda el alumno ha ganado, la probabilidad de que en el lanzamiento de la moneda haya salido cara es **0,4 (40 %)**.

1.3 Si se utiliza una moneda trucada tal que al lanzarla siempre se obtiene cara, y se realizan exactamente 7 rondas del juego, calcular la probabilidad de que el alumno gane exactamente 5 veces.

Definimos la variable aleatoria Y : Y =número de veces que gana el alumno

Y es una variable aleatoria binomial donde: $n = 7$; $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $q = 1 - p = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $Y \sim Bi\left(7; \frac{1}{3}\right)$

p = Probabilidad de sacar un 5 o un 6

Se calcula la probabilidad pedida $P(Y = 5)$

$$P(Y = 5) = \binom{7}{5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{7-5} = \frac{7!}{5! \cdot (7-5)!} \cdot \frac{1}{243} \cdot \frac{4}{9} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 2!} \cdot \frac{1}{243} \cdot \frac{4}{9} = \frac{42}{2} \cdot \frac{1}{243} \cdot \frac{4}{9} = \frac{28}{729} \approx 0,0384$$

La probabilidad de que el alumno gane exactamente 5 veces es **$28/729 \approx 0,0384$ (3,84 %)**.