



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

Análisis de funciones

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2$$

JUNIO 2026 · PROBLEMA 4.2





PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

Análisis de funciones

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2$$

JUNIO 2026 - PROBLEMA 4.2

Problema 4.2

4.2 Un decorador desea pintar una pared rectangular de 12 metros de largo por 3 de alto. Para ello supone que la esquina inferior izquierda de la pared corresponde al origen de coordenadas de un plano y pinta en la pared la curva de ecuación

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2.$$

A continuación, el decorador colorea en rojo la parte de la pared que queda por encima de la curva y en verde la que queda por debajo. Se pide:

4.2.1 (1.25 puntos) Dibujar la parte de la curva anterior que corresponde a la pared, detallando los cortes con los ejes, los extremos absolutos, y la monotonía de la función en el intervalo $[0,12]$.

4.2.2 (1 punto) Calcular el área de la pared que tiene color verde y la que tiene color rojo.

4.2.3 (0.25 puntos) La parte verde se pinta usando botes de pintura capaces de cubrir 3 metros cuadrados cada uno. ¿Cuál es el mínimo número de botes que vamos a necesitar para pintar la parte verde?

www.3

Problema 4.2

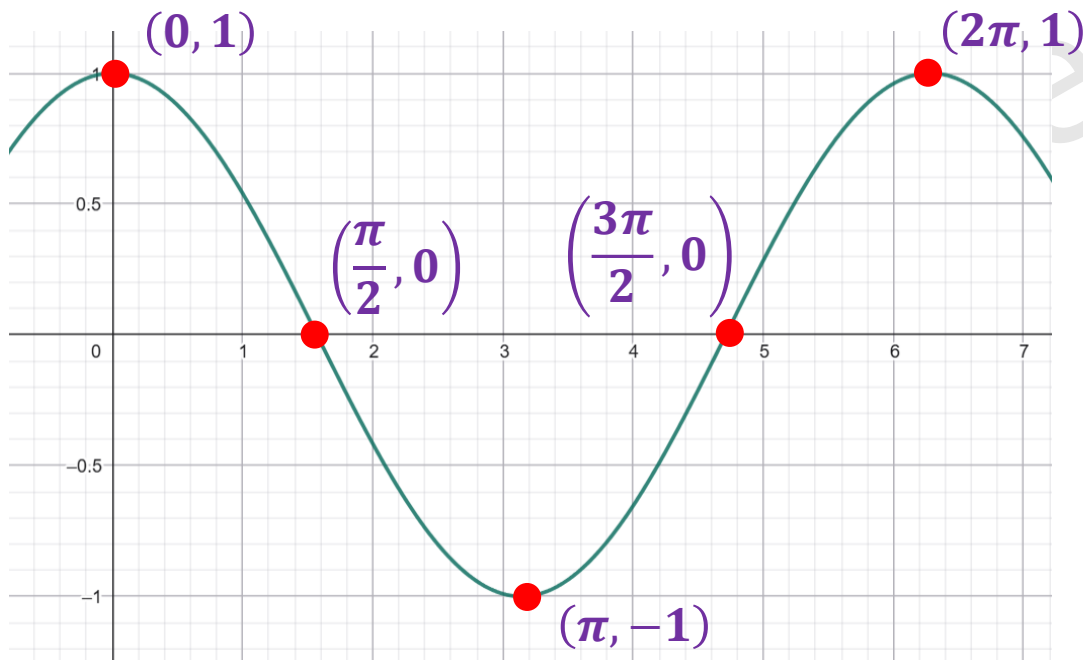
$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2$$

4.2.1 (1.25 puntos) Dibujar la parte de la curva anterior que corresponde a la pared, detallando los cortes con los ejes, los extremos absolutos, y la monotonía de la función en el intervalo $[0,12]$.

La función coseno está definida en todos los reales, por lo tanto, está definida en el intervalo $[0,12]$.

Para poder representar esta función, podemos partir de la base de la función $f(x) = \cos x$

Dicha función es periódica, con un período 2π . Y su imagen oscila entre -1 y 1 . Corta al eje X en los puntos $(\pi/2, 0)$ y $(3\pi/2, 0)$. Se muestra la gráfica. **Recuerda:** debes trabajar en radianes.



Problema 4.2

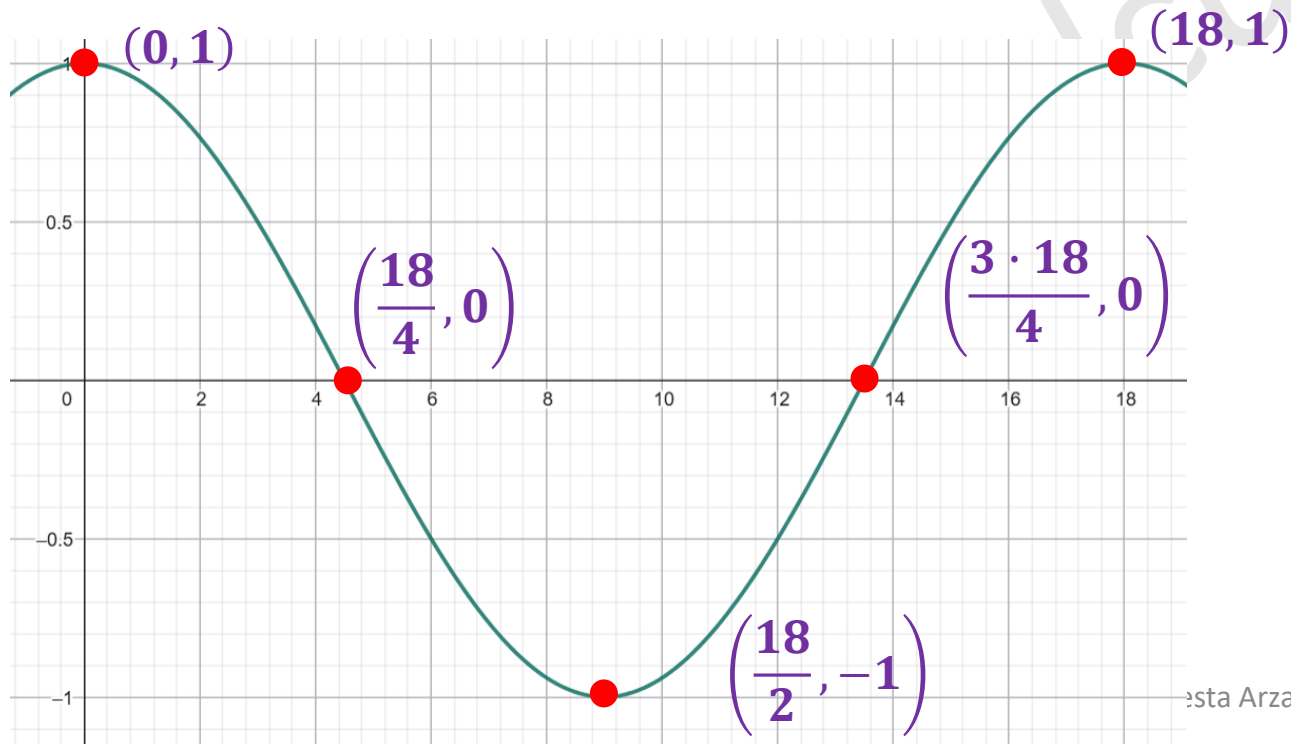
$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2$$

4.2.1 (1.25 puntos) Dibujar la parte de la curva anterior que corresponde a la pared, detallando los cortes con los ejes, los extremos absolutos, y la monotonía de la función en el intervalo $[0,12]$.

Cuando la variable está multiplicada por un número, debemos obtener el nuevo período. Para ello debemos tener en cuenta la siguiente propiedad de la función coseno.

Dada $f(x) = \cos(kx)$, el periodo de la función es: $T = \frac{2\pi}{k}$

En este ejercicio: $T = \frac{2\pi}{\pi/9} = 18$ Lo cual significa que la función completa recorre 18 unidades hasta completar un ciclo.

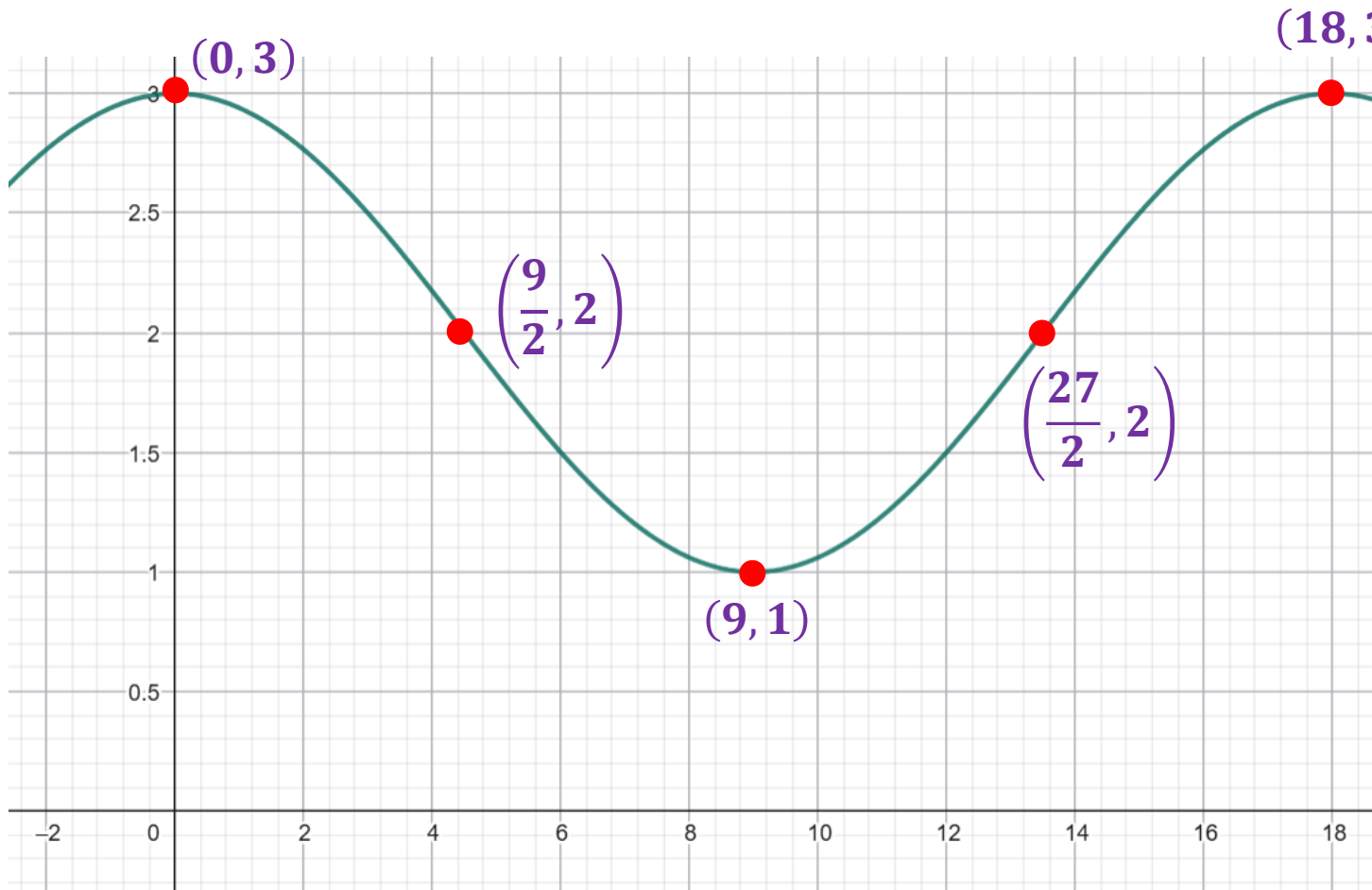


Problema 4.2

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2$$

4.2.1 (1.25 puntos) Dibujar la parte de la curva anterior que corresponde a la pared, detallando los cortes con los ejes, los extremos absolutos, y la monotonía de la función en el intervalo $[0,12]$.

Ahora solo quedaría sumarle dos a todos y cada uno de los puntos de la función. Se expresarán los números clave en forma de fracción o números decimales.

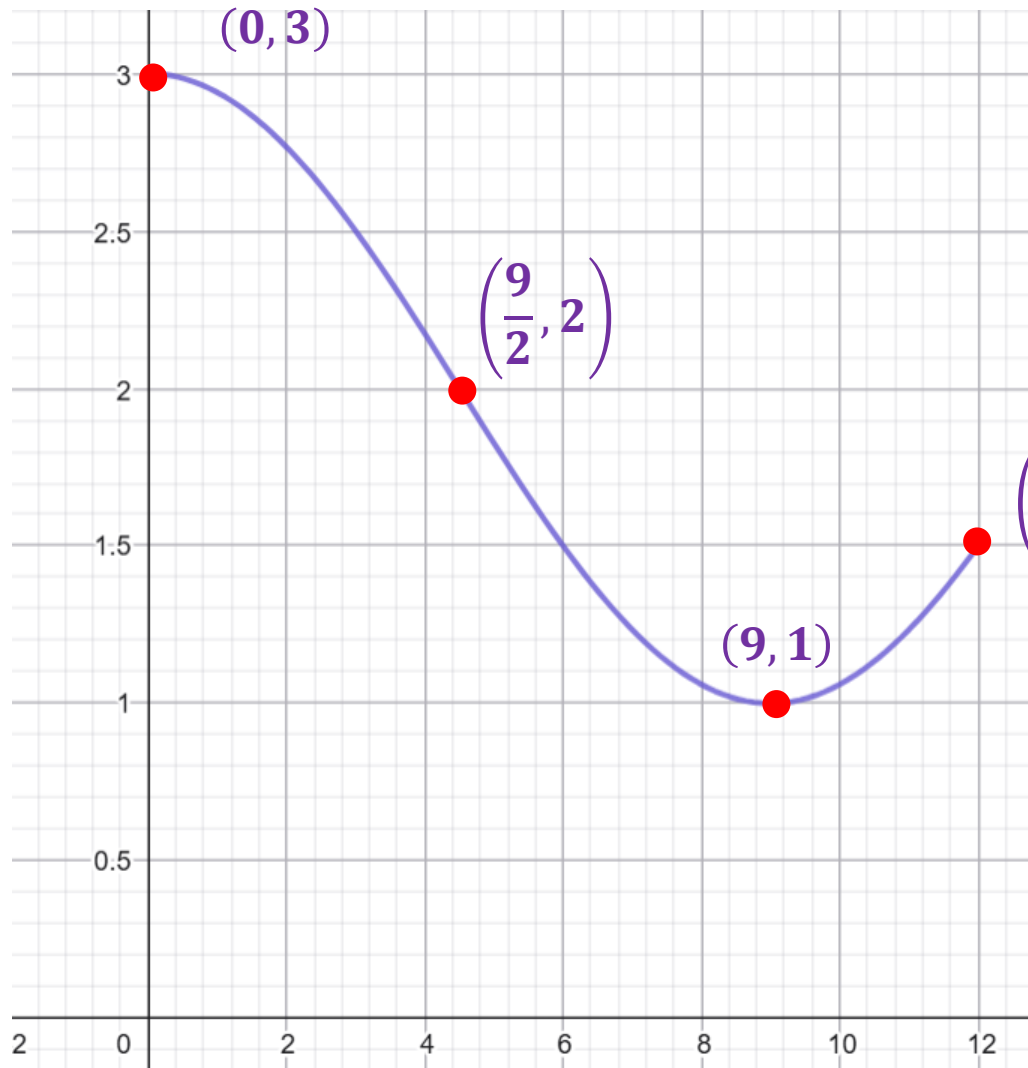


En la siguiente diapositiva se muestra la gráfica final ajustada al dominio de definición que nos dan en el enunciado.

Problema 4.2

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2$$

4.2.1 (1.25 puntos) Dibujar la parte de la curva anterior que corresponde a la pared, detallando los cortes con los ejes, los extremos absolutos, y la monotonía de la función en el intervalo $[0,12]$.



Se da el valor $x = 12$ a la función para terminar la representación.

$$f(12) = \cos\left(\frac{\pi \cdot 12}{9}\right) + 2 = \frac{3}{2}$$

Problema 4.2

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2$$

4.2.1 (1.25 puntos) Dibujar la parte de la curva anterior que corresponde a la pared, detallando los cortes con los ejes, los extremos absolutos, y la monotonía de la función en el intervalo $[0,12]$.

El único punto de corte con los ejes es el punto de corte con el eje Y.

El punto de corte es $(0, 3)$.

La función tiene un máximo y un mínimo absoluto.

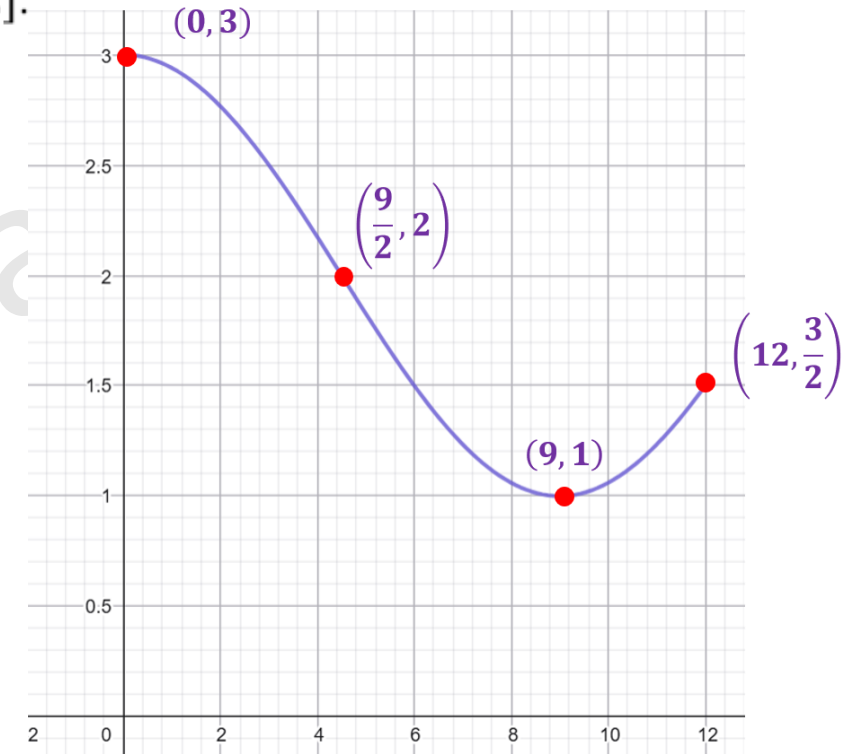
El máximo absoluto es $(0, 3)$.

El mínimo absoluto es $(9, 1)$.

A partir de la gráfica se deduce la monotonía (no hace falta derivar).

$f(x)$ **decrece** en $x \in (0, 9)$

$f(x)$ **crece** en $x \in (9, 12)$



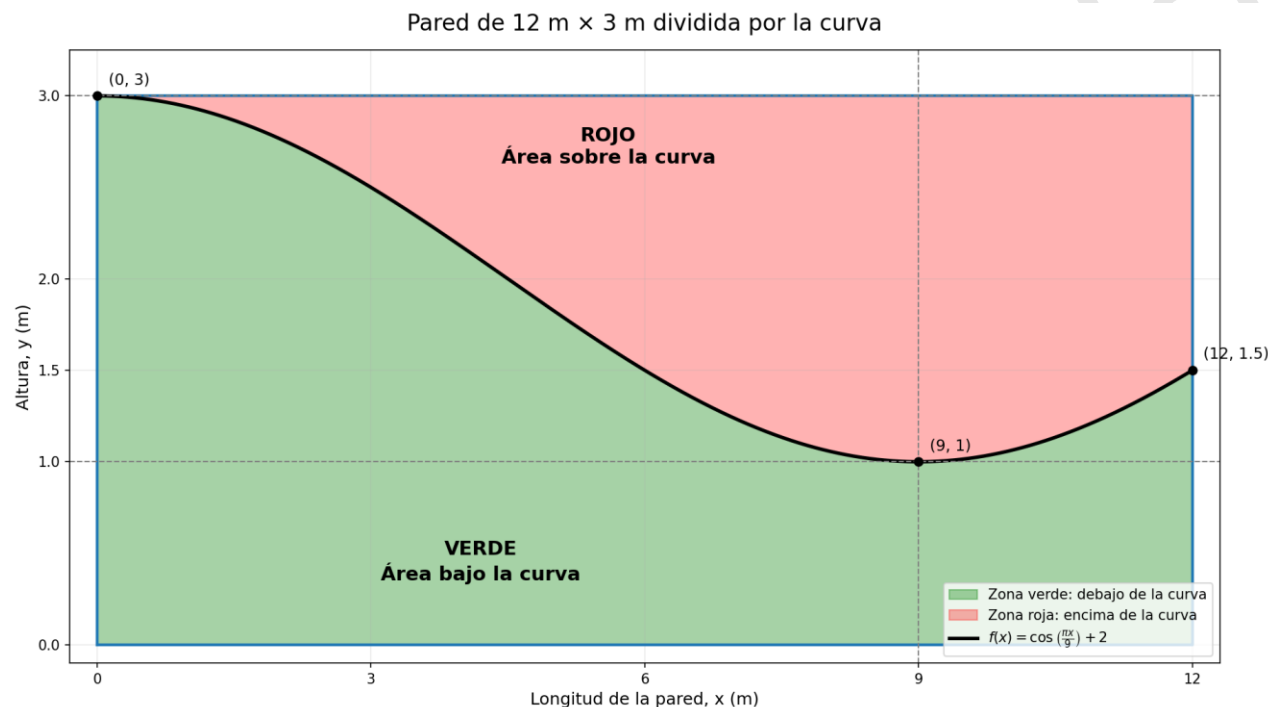
4.2 Un decorador desea pintar una pared rectangular de 12 metros de largo por 3 de alto. Para ello supone que la esquina inferior izquierda de la pared corresponde al origen de coordenadas de un plano y pinta en la pared la curva de ecuación

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2.$$

A continuación, el decorador colorea en rojo la parte de la pared que queda por encima de la curva y en verde la que queda por debajo. Se pide:

4.2.2 (1 punto) Calcular el área de la pared que tiene color verde y la que tiene color rojo.

Se dibuja un esquema de la situación.



$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2$$

4.2.2 (1 punto) Calcular el área de la pared que tiene color verde y la que tiene color rojo.

La parte de color verde se calcula mediante una integral definida.

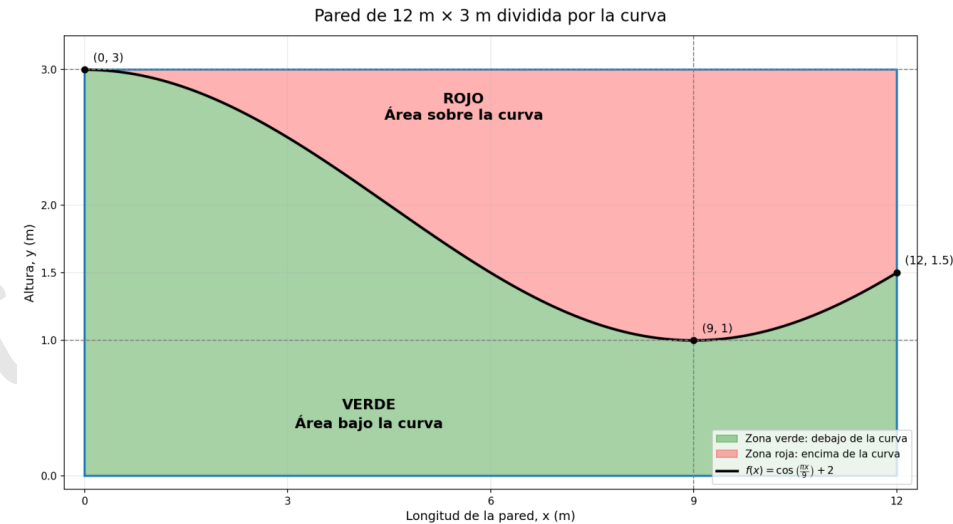
$$A_{verde} = \int_0^{12} \left(\cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2 \right) dx = \int_0^{12} \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) dx + \int_0^{12} 2 dx =$$

$$= \frac{9}{\pi} \cdot \int_0^{12} \frac{\pi}{9} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) dx + \int_0^{12} 2 dx = \frac{9}{\pi} \cdot \left[\sin\left(\frac{\pi x}{9}\right) \right]_0^{12} + [2x]_0^{12} =$$

$$= \frac{9}{\pi} \cdot \left[\sin\left(\frac{\pi \cdot 12}{9}\right) - \sin\left(\frac{\pi \cdot 0}{9}\right) \right] + (2 \cdot 12 - 2 \cdot 0) = \frac{9}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) + 24 = 24 - \frac{9\sqrt{3}}{2\pi} \approx 21,519 \text{ m}^2$$

El área total de la pared es: $A_{pared} = 12 \cdot 3 = 36 \text{ m}^2$

El área pintada de color rojo: $A_{rojo} = 36 - \left(24 - \frac{9\sqrt{3}}{2\pi} \right) = 12 + \frac{9\sqrt{3}}{2\pi} \approx 14,481 \text{ m}^2$



La pared tiene de color verde $24 - \frac{9\sqrt{3}}{2\pi} \text{ m}^2$ y de color rojo $12 + \frac{9\sqrt{3}}{2\pi} \text{ m}^2$.

Problema 4.2

4.2.3 (0.25 puntos) La parte verde se pinta usando botes de pintura capaces de cubrir 3 metros cuadrados cada uno. ¿Cuál es el mínimo número de botes que vamos a necesitar para pintar la parte verde?

Basta con dividir la superficie de la pared verde entre el número de metros cuadrados que cubre cada bote.

$$N = \frac{21,519}{3} = 7,173$$

Se necesitan al menos **8 botes** de pintura.