



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO

www.angelcuesta.com

JUNIO 2026 - PROBLEMA 3.2





PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO

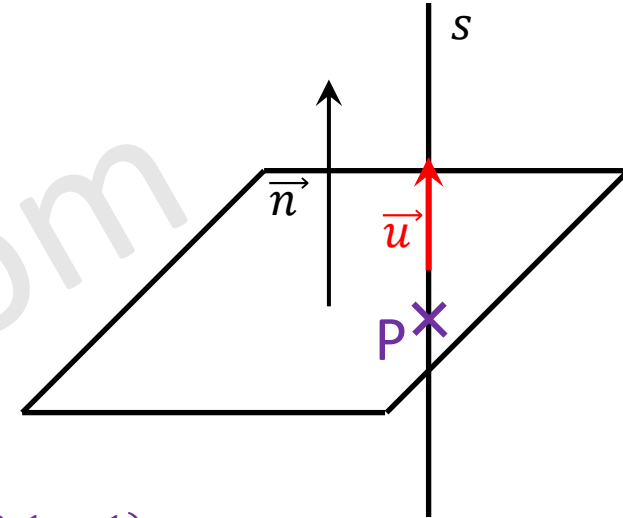
www.angelcuesta.com

JUNIO 2026 - PROBLEMA 3.2

PROBLEMA 3.2

Consideramos la recta s del espacio con ecuación: $s: \frac{x-1}{0} = y-1 = \frac{z-1}{-1}$ Se pide

- a) Encontrar una ecuación del plano que pasa por el punto $(1,1,1)$ y es perpendicular a s .
- b) Encontrar los puntos de la recta s que están a distancia 4 del origen.
- c) Calcular el ángulo que forma la recta s con el eje Z .



Solución: A partir de la ecuación continua se deduce el vector director de la recta s . $\vec{u} = (0,1,-1)$

El vector normal del plano pedido es igual que el vector director de la recta s . $\vec{n} = \vec{u} = (0,1,-1)$

A partir del vector normal $\vec{n} = (0,1,-1)$ y del punto $(1,1,1)$ se calcula la ecuación del plano pedido.

$$A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) - C \cdot (z - z_0) = 0$$

$$0 \cdot (x - 1) + 1 \cdot (y - 1) - 1 \cdot (z - 1) = 0 \longrightarrow y - z = 0$$

La ecuación del plano que pasa por el punto $(1,1,1)$ y es perpendicular a s $\pi: y - z = 0$

PROBLEMA 3.2

Consideramos la recta s del espacio con ecuación: $s: \frac{x-1}{0} = y-1 = \frac{z-1}{-1}$ Se pide

b) Encontrar los puntos de la recta s que están a distancia 4 del origen. $P = (1, 1, 1); \vec{u} = (0, 1, -1)$

Se obtiene un punto genérico de la recta y se calcula la distancia de dicho punto al origen. $P_\lambda = (1, 1 + \lambda, 1 - \lambda)$

Se aplica la fórmula correspondiente. $d = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}$

$$d = \sqrt{(1 - 0)^2 + ((1 + \lambda) - 0)^2 + ((1 - \lambda) - 0)^2} = \sqrt{1 + 1 + 2\lambda + \lambda^2 + 1 - 2\lambda + \lambda^2} = \sqrt{2\lambda^2 + 3} = 4$$

$$2\lambda^2 + 3 = 16 \rightarrow \lambda^2 = \frac{13}{2} \rightarrow \lambda = \pm \sqrt{\frac{13}{2}} = \pm \frac{\sqrt{26}}{2}$$

Se sustituyen los valores de λ obtenidos en el punto genérico y se obtienen los puntos pedidos.

Los puntos pedidos son: $\mathbf{Q} = \left(1, 1 + \frac{\sqrt{26}}{2}, 1 - \frac{\sqrt{26}}{2}\right)$ y $\mathbf{R} = \left(1, 1 - \frac{\sqrt{26}}{2}, 1 + \frac{\sqrt{26}}{2}\right)$

PROBLEMA 3.2

Consideramos la recta s del espacio con ecuación: $s: \frac{x-1}{0} = y-1 = \frac{z-1}{-1}$ Se pide

c) Calcular el ángulo que forma la recta s con el eje Z .

Solución: Se recuerda el vector director de la recta s . $\vec{u} = (0,1,-1)$

El vector director del eje Z es: $\vec{v} = (0,0,1)$

El ángulo entre las rectas es el que forman los vectores directores.

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|(0,1,-1) \cdot (0,0,1)|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{|0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 1|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 45^\circ$$

El ángulo que forma la recta con el eje Z es 45° .