



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO

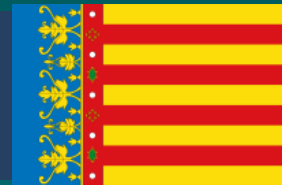
www.angelcuesta.com

JUNIO 2026 - PROBLEMA 3.1





PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

GEOMETRÍA EN EL ESPACIO

www.angelcuesta.com

JUNIO 2026 - PROBLEMA 3.1

PROBLEMA 3.1

3.1 Dada la recta $r: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ y el plano $\pi: 2x + my + z - 3 = 0$, se pide:

3.1.1 (0.5 puntos) El valor de m para el que π y r son perpendiculares.

3.1.2 (0.75 puntos) El valor de m para el que π y r son paralelos.

3.1.3 (1.25 puntos) Calcular, cuando sea posible, el punto de intersección entre π y r en función del parámetro real m .

Solución:

La recta y el plano serán perpendiculares cuando el vector director de la recta y el vector normal del plano sean paralelos.

Necesitaremos el vector director de la recta (se toma el punto porque hará falta después). $P = (0, -1, 1); \vec{u} = (2, -1, 1)$

Necesitaremos conocer el vector normal del plano. $\vec{n} = (2, m, 1)$

Dos vectores son paralelos si son proporcionales: $\vec{u} \parallel \vec{n} \rightarrow \frac{2}{2} = \frac{-1}{m} = \frac{1}{1} \longrightarrow m = -1$

Si $m = -1$ la recta y el plano son perpendiculares.

PROBLEMA 3.1

3.1 Dada la recta $r: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ y el plano $\pi: 2x + my + z - 3 = 0$, se pide:

3.1.1 (0.5 puntos) El valor de m para el que π y r son perpendiculares.

3.1.2 (0.75 puntos) El valor de m para el que π y r son paralelos.

3.1.3 (1.25 puntos) Calcular, cuando sea posible, el punto de intersección entre π y r en función del parámetro real m .

Solución:

La recta y el plano serán paralelos cuando el vector director de la recta y el normal del plano sean perpendiculares.

Recordamos que: $P = (0, -1, 1); \vec{u} = (2, -1, 1) \quad \vec{n} = (2, m, 1)$

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = (2, -1, 1) \cdot (2, m, 1) = 4 - m + 1 = 0 \longrightarrow m = 5$$

Si $m = 5$ la recta y el plano son paralelos.

Para $m = 5$, comprobamos si la recta está contenida en el plano tomando un punto de la recta.

$$2 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) + 1 - 3 = -7 \neq 0 \quad \text{El punto no pertenece al plano.}$$

Si $m = 5$ la recta no está contenida en el plano.

PROBLEMA 3.1

3.1 Dada la recta $r: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ y el plano $\pi: 2x + my + z - 3 = 0$, se pide:

3.1.3 (1.25 puntos) Calcular, cuando sea posible, el punto de intersección entre π y r en función del parámetro real m .

Solución: Se obtiene un punto genérico de la recta y se sustituye en la ecuación del plano. $P_\lambda = (2\lambda, -1 - \lambda, 1 + \lambda)$

$$2x + my + z - 3 = 0 \longrightarrow 2 \cdot 2\lambda + m \cdot (-1 - \lambda) + 1 + \lambda - 3 = 0 \longrightarrow 4\lambda - m - m\lambda + 1 + \lambda - 3 = 0$$

$$4\lambda - m\lambda + \lambda = m + 2 \longrightarrow \lambda \cdot (5 - m) = m + 2 \longrightarrow \lambda = \frac{m + 2}{5 - m}$$

Se sustituye el valor del parámetro en las coordenadas del punto genérico (esto equivale a sustituir en las ecuaciones paramétricas de la recta).

$$P = \left(2 \cdot \left(\frac{m + 2}{5 - m} \right), -1 - \frac{m + 2}{5 - m}, 1 + \frac{m + 2}{5 - m} \right) = \left(\frac{2m + 4}{5 - m}, \frac{-7}{5 - m}, \frac{7}{5 - m} \right)$$

La intersección entre recta y plano es: $P = \left(\frac{2m + 4}{5 - m}, \frac{-7}{5 - m}, \frac{7}{5 - m} \right)$, **siendo $m \neq 5$**

©Angel Cuesta Arza