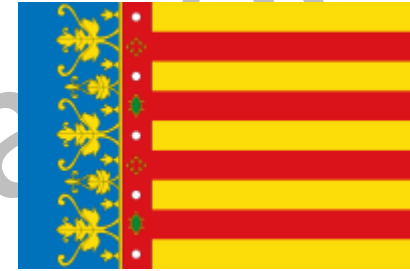


Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas II
Junio 2021



www.angelcuesta.com

Problema 5
Geometría



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

©Angel Cuesta Arza



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este ejercicio son:

- 1) Ecuaciones de planos y rectas.
- 2) Distancia punto plano.
- 3) Punto simétrico.

Herramientas utilizadas.

- 1) Vectores.



Resolución del problema

Dados el punto $P = (1,2,3)$ y el plano $\pi: 3x + 2y + z + 4 = 0$, se pide:

- Calculad la distancia del punto P al plano π .
- Calculad el punto P' que es simétrico del punto P respecto al plano π .
- Calculad la ecuación del plano π' que pasa por P' y es paralelo a π .

Solución:

Para determinar la distancia de un punto a un plano, lo más rápido es aplicar la fórmula correspondiente.

$$d_{P\pi} = \frac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C \cdot z_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{14}{\sqrt{14}} = \boxed{\sqrt{14} \text{ unidades de longitud}}$$

Resolución del problema

Dados el punto $P = (1,2,3)$ y el plano $\pi: 3x + 2y + z + 4 = 0$, se pide:

b) **Calculad el punto P' que es simétrico del punto P respecto al plano π .**

Hacemos un esquema de la situación e indicamos los pasos que seguiremos:

1) *Anotamos el vector normal del plano.* $\vec{n} = (3,2,1)$

2) *Definimos una recta que pasa por P y tiene por vector director al normal del plano.*

$$r: \begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ y = 2 + 2\lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases}$$

3) *Se calcula la intersección entre la recta y el plano.* Q .

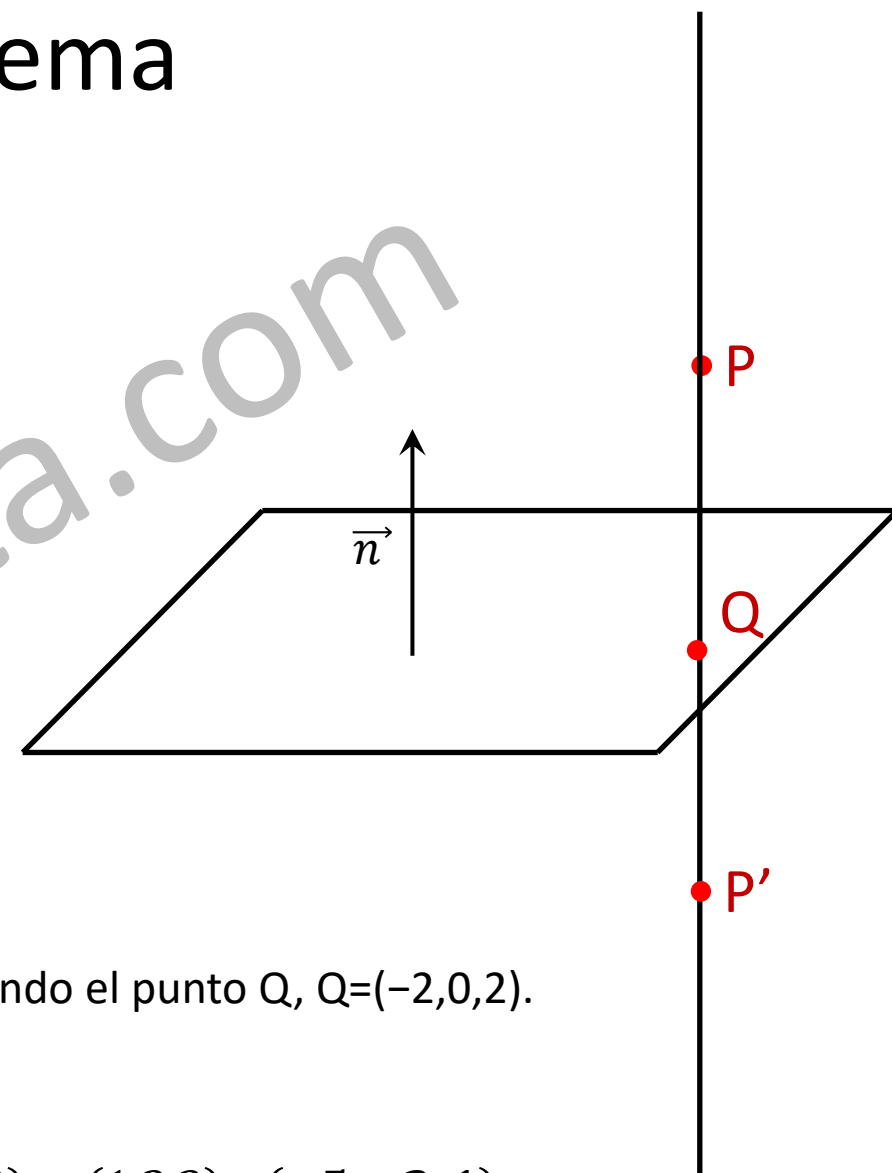
Se sustituye r en π :

$$3x + 2y + z + 4 = 0 \longrightarrow 3 \cdot (1 + 3\lambda) + 2 \cdot (2 + 2\lambda) + 3 + \lambda + 4 = 0$$

$$3 + 3\lambda + 4 + 4\lambda + 3 + \lambda + 4 = 0 \longrightarrow 14\lambda + 14 = 0 \longrightarrow \lambda = -1 \quad \text{Siendo el punto } Q, Q=(-2,0,2).$$

4) *Se calcula el punto simétrico de P respecto de Q .*

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QP'} \longrightarrow Q - P = P' - Q \longrightarrow P' = 2Q - P \longrightarrow P' = 2 \cdot (-2,0,2) - (1,2,3) = (-5, -2, 1)$$



El punto simétrico, es $P' = (-5, -2, 1)$

Resolución del problema

Dados el punto $P = (1,2,3)$ y el plano $\pi: 3x + 2y + z + 4 = 0$, se pide:

c) **Calculad la ecuación del plano π' que pasa por P' y es paralelo a π .**

Recordamos que $P' = (-5, -2, 1)$

Puesto que el plano π' es paralelo a π , tiene el mismo vector normal, $\vec{n} = (3, 2, 1)$

Puedo calcular directamente la ecuación del plano pedido: $\pi': A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) + C \cdot (z - z_0) = 0$

Sustituyendo: $\pi': 3 \cdot (x + 5) + 2 \cdot (y + 2) + 1 \cdot (z - 1) = 0$

$$\pi': 3x + 15 + 2y + 4 + z - 1 = 0$$

$$\pi': 3x + 2y + z + 18 = 0$$

El plano pedido es, $\pi': 3x + 2y + z + 18 = 0$