Selectividad Comunidad Valenciana

Física

Problema 1

Interacción gravitatoria

Junio 2022

ADVERTENCIA

- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

VÍDEOS RECOMENDADOS

En vídeo puedes encontrar un resumen
del tema hecho por mi.
¡ TE LO RECOMIENDO !

Revisa mi página web: www.angelcuesta.com
En ella encontrarás muchos ejercicios resueltos.

Interacción gravitatoria

Un planeta de radio Rp=5000 km que tiene un intensa actividad volcánica, emite fragmentos en las erupciones que pueden llegar a orbitar circularmente a una altura h=400 km, donde el campo gravitatorio del planeta vale g=7 m/s^2.

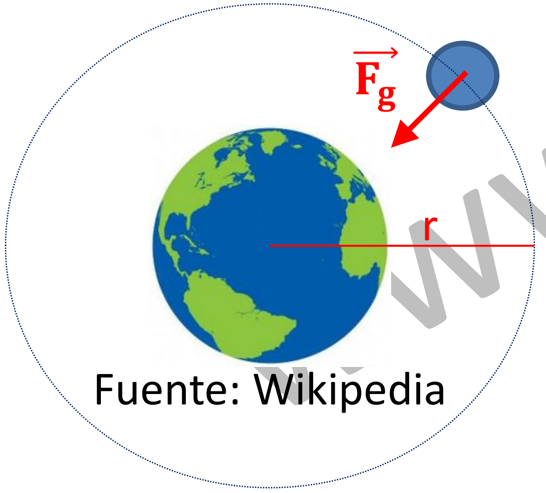
a) Deduce las expresiones de la velocidad orbital y de la energía mecánica de un fragmento de masa m=2 kg, que se encuentra en dicha órbita y calcula también sus valores numéricos.

b) Calcula el campo gravitatorio en la superficie del planeta y la velocidad con la que el fragmento ha sido emitido desde dicha superficie.

Solución:

a) Deduzco en primer lugar la velocidad orbital en función de los datos dados (Rp, g y h).

La única fuerza que actúa sobre el fragmento es la fuerza gravitatoria.



Fuente: Wikipedia

Puesto que el movimiento del fragmento es circular uniforme, según el segundo principio de la dinámica de Newton, podemos escribir:

$$F_g = m \cdot a_c \longrightarrow \frac{G \cdot M_P \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{m} \cdot v^2}{\cancel{r}}$$

Simplificando:

$$\frac{G \cdot M_P}{r} = v^2 \longrightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M_P}{r}}$$

Seguimos en la siguiente diapositiva.

Interacción gravitatoria

Un planeta de radio Rp=5000 km que tiene un intensa actividad volcánica, emite fragmentos en las erupciones que pueden llegar a orbitar circularmente a una altura h=400 km, donde el campo gravitatorio del planeta vale g=7 m/s^2.

a) Deduce las expresiones de la velocidad orbital y de la energía mecánica de un fragmento de masa m=2 kg, que se encuentra en dicha órbita y calcula también sus valores numéricos.

La expresión obtenida, todavía no está en función de los datos. Para ello, utilizaremos la relación de la gravedad con la masa del planeta y la constante de gravitación universal.

$$g = \frac{G \cdot M_P}{r^2} \longrightarrow G \cdot M_P = g \cdot r^2$$ Se sustituye en la expresión obtenida anteriormente.

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M_P}{r}} = \sqrt{\frac{g \cdot r^{\cancel{2}}}{\cancel{r}}} = \sqrt{g \cdot r} = \sqrt{\boldsymbol{g \cdot (R_P + h)}}$$ Se sustituyen los datos para obtener el valor numérico.

Se expresan en la radio y la altura en metros. $R_P = 5000\ km = 5 \cdot 10^6\ m \qquad h = 400\ km = 4 \cdot 10^5\ m$

$$v_{orb} = \sqrt{7 \cdot (5 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5)} = \boldsymbol{6148'17\ m/s}$$

$$\boxed{\text{La expresión de la velocidad orbital es } v_{orb} = \sqrt{\boldsymbol{g \cdot (R_P + h)}} \text{ y su valor es } \boldsymbol{6148'17\ m/s}}$$

Interacción gravitatoria

Un planeta de radio Rp=5000 km que tiene un intensa actividad volcánica, emite fragmentos en las erupciones que pueden llegar a orbitar circularmente a una altura h=400 km, donde el campo gravitatorio del planeta vale g=7 m/s^2.

a) Deduce las expresiones de la velocidad orbital y de la energía mecánica de un fragmento de masa m=2 kg, que se encuentra en dicha órbita y calcula también sus valores numéricos.

Se calcula la energía mecánica.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{orb}^2 - G\frac{M_P\cdot m}{r}$$

Sustituyendo la velocidad orbital. $v_{orb} = \sqrt{\dfrac{G\cdot M_P}{r}}$

$$E_m = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\frac{G\cdot M_P}{r} - G\frac{M_P\cdot m}{r} \longrightarrow E_m = -\frac{1}{2}\cdot\frac{G\cdot M\cdot m}{r}$$

Sustituyendo $G\cdot M_P = g\cdot r^2$

$$E_m = -\frac{1}{2}\cdot\frac{g\cdot r^{\cancel{2}}\cdot m}{\cancel{r}} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\cdot \boldsymbol{g}\cdot(\boldsymbol{R_P}+\boldsymbol{h})\cdot\boldsymbol{m}$$

Sustituyendo los datos del enunciado.

$$E_m = -\frac{1}{2}\cdot 7\cdot(5\cdot 10^6 + 4\cdot 10^5)\cdot 2 = \mathbf{-3'78\cdot 10^7}\ \boldsymbol{J}$$

La expresión de la energía mecánica es $\boldsymbol{E_m} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\cdot\boldsymbol{g}\cdot(\boldsymbol{R_P}+\boldsymbol{h})\cdot\boldsymbol{m}$ y su valor es $\mathbf{-3'78\cdot 10^7}\ \boldsymbol{J}$

Interacción gravitatoria

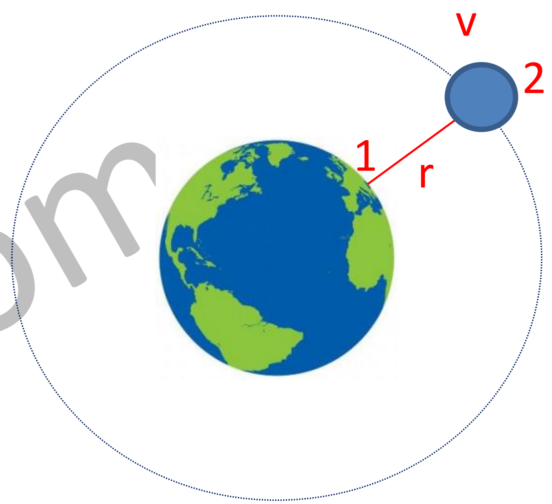
b) Calcula el campo gravitatorio en la superficie del planeta y la velocidad con la que el fragmento ha sido emitido desde dicha superficie.

$$\left.\begin{aligned} g_0 &= \frac{G \cdot M_P}{R_P^2} \\ g &= \frac{G \cdot M_P}{(R_P + h)^2} \end{aligned}\right\} \longrightarrow \frac{g_0}{g} = \frac{\frac{\cancel{G} \cdot M_P}{R_P^2}}{\frac{\cancel{G} \cdot M_P}{(R_P + h)^2}} \longrightarrow \frac{g_0}{g} = \frac{\cancel{M_P} \cdot (R_P + h)^2}{\cancel{M_P} \cdot R_P^2} \longrightarrow g_0 = \frac{(R_P + h)^2}{R_P^2} \cdot g$$

$$g_0 = \frac{(5 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5)^2}{(5 \cdot 10^6)^2} \cdot 7 = \mathbf{8'16\ m/s^2}$$

El valor de la intensidad del campo gravitatorio en la superficie del planeta es **8'16 m/s²**.

Interacción gravitatoria



b) Calcula el campo gravitatorio en la superficie del planeta y la velocidad con la que el fragmento ha sido emitido desde dicha superficie.

Al ser el campo gravitatorio un campo conservativo

Aplico el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{m1} = E_{m2} \longrightarrow E_{c1} + E_{p1} = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot r \cdot m$$

Sustituimos las expresiones las energías cinética y potencial:

$$\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_1^2 - \frac{G \cdot M_P \cdot \cancel{m}}{R_P} = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot r \cdot \cancel{m} \longrightarrow \frac{1}{2} \cdot v_1^2 - \frac{G \cdot M_P}{R_P} = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot r$$

Sustituyendo $G \cdot M_P = g \cdot r^2$

$$\frac{1}{2} \cdot v_1^2 - \frac{g \cdot r^2}{R_P} = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot r \xrightarrow{x\,2} v_1^2 - \frac{2 \cdot g \cdot r^2}{R_P} = -g \cdot r \longrightarrow v_1^2 = -g \cdot r + \frac{2 \cdot g \cdot r^2}{R_P}$$

$$\boldsymbol{v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot r^2}{R_P} - g \cdot r}}$$

Interacción gravitatoria

b) Calcula el campo gravitatorio en la superficie del planeta y la velocidad con la que el fragmento ha sido emitido desde dicha superficie.

Se sustituye en la expresión obtenida anteriormente.

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot r^2}{R_P} - g \cdot r} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7 \cdot (5 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5)^2}{5 \cdot 10^6} - 7 \cdot (5 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5)} = \boldsymbol{6621'78\, m/s}$$

La velocidad con la que el fragmento ha sido emitido es $\boldsymbol{6621'78\, m/s}$