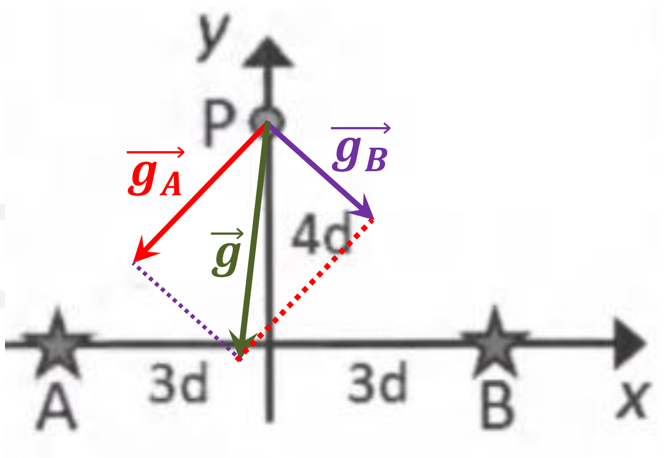

PAU COMUNIDAD VALENCIANA
F = h
h = ν
V =
l = ν
E = mc−h
FÍSICA
Campo gravitatorio
Junio 2025 · Problema 1A

Interacción gravitatoria



Dos estrellas, A y B, del sistema IK Pegasi se encuentran en la posición indicada en la figura, separadas entre sí una distancia 6d. Calcula razonadamente:

a) El vector campo gravitatorio total en el punto P (0, 4d).

b) La energía potencial de un cuerpo de masa 1 kg situado en el punto P. ¿Qué velocidad mínima deberá tener dicho cuerpo para alejarse indefinidamente del sistema estelar, partiendo del punto P?

Datos: $d = 5{,}0 \cdot 10^9\ m$; G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 /kg^2, $M_A = 3{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$; $M_B = 2{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$

Solución: En primer lugar, se hace un estudio gráfico de la situación:

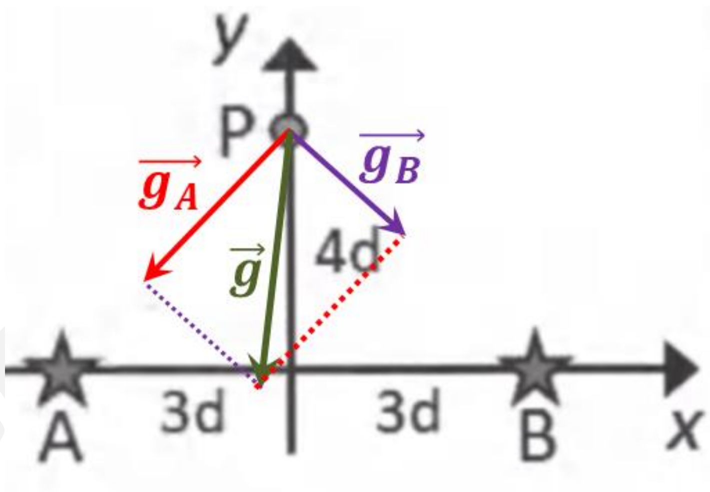
La dirección y sentido del vector campo gravitatorio en un punto vienen dados por la dirección y sentido de la fuerza que experimentaría una masa de prueba colocada en ese punto.

Para calcular el valor del campo gravitatorio total utilizaremos la fórmula del campo gravitatorio y el principio de superposición.

El principio de superposición indica que el campo gravitatorio generado por las masas puntuales no varía por la presencia de otras masas y que el campo resultante es igual a la suma de los campos gravitatorios individuales que se generan sobre el **punto (0,4d)**.

$\overrightarrow{g_{total}} = \overrightarrow{g_A} + \overrightarrow{g_B}$ Calculo a continuación los valores pedidos.

Interacción gravitatoria



a) El vector campo gravitatorio total en el punto P (0, 4d).

Datos: $d = 5{,}0 \cdot 10^9\ m$; G = 6,67·10^{-11} N m^2 /kg^2, $M_A = 3{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$; $M_B = 2{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$

El vector campo gravitatorio se calcula con la fórmula: $\vec{g} = -G \cdot \dfrac{M}{r^2} \cdot \vec{u_r}$

Calcularé en primer lugar $\vec{g_A}$ y después $\vec{g_B}$.

Se calcula el vector unitario: $\vec{r_A} = P - A = (0{,}4d) - (-3d, 0) = (3d, 4d) = 3d\,\vec{i} + 4d\,\vec{j}\,(m)$

$$|\vec{r_A}| = \sqrt{(3d)^2 + (4d)^2} = \sqrt{25d^2} = 5d\ m \longrightarrow \vec{u_{rA}} = \frac{\vec{r_A}}{|\vec{r_A}|} = \frac{3d\,\vec{i} + 4d\,\vec{j}}{5d} = \frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$$

$$\vec{g_A} = -G \cdot \frac{M_A}{r_A^2} \cdot \vec{u_{rA}} = -G \cdot \frac{M_A}{(5d)^2} \cdot \vec{u_{rA}} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3{,}3 \cdot 10^{30}}{(5 \cdot 5 \cdot 10^9)^2} \cdot \left(\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}\right) = -0{,}21\,\vec{i} - 0{,}28\,\vec{j}\ (N/kg)$$

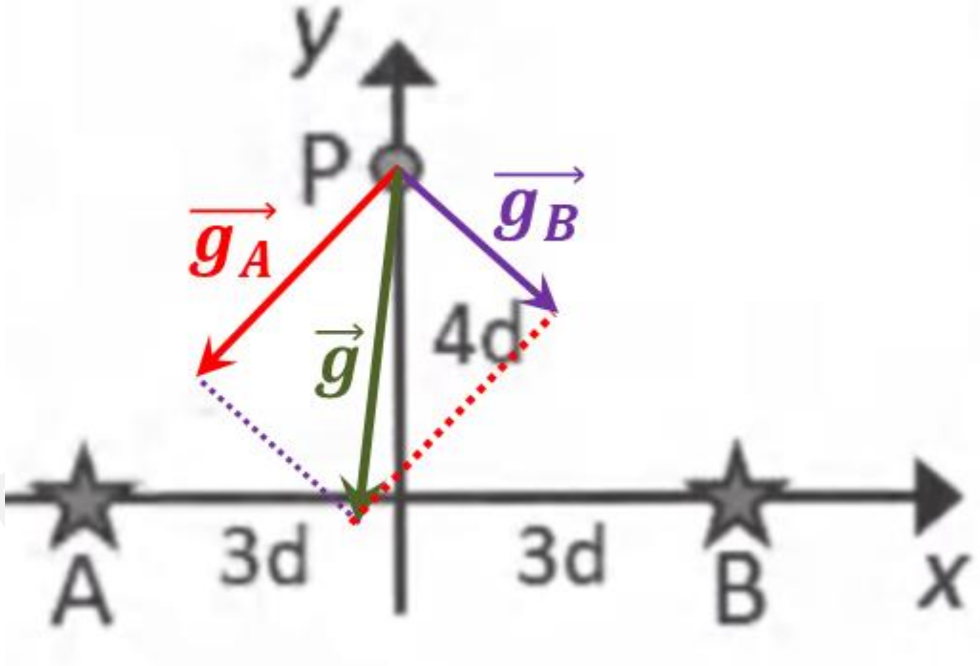
Se calcula el vector unitario: $\vec{r_B} = P - B = (0{,}4d) - (3d, 0) = (-3d, 4d) = -3d\,\vec{i} + 4d\,\vec{j}\,(m)$

$$|\vec{r_B}| = \sqrt{(-3d)^2 + (4d)^2} = \sqrt{25d^2} = 5d\ m \longrightarrow \vec{u_{rB}} = \frac{\vec{r_B}}{|\vec{r_B}|} = \frac{-3d\,\vec{i} + 4d\,\vec{j}}{5d} = -\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$$

$$\vec{g_B} = -G \cdot \frac{M_B}{r_B^2} \cdot \vec{u_{rB}} = -G \cdot \frac{M_B}{(5d)^2} \cdot \vec{u_{rB}} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2{,}3 \cdot 10^{30}}{(5 \cdot 5 \cdot 10^9)^2} \cdot \left(-\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}\right) = 0{,}15\,\vec{i} - 0{,}20\,\vec{j}\ (N/kg)$$

Interacción gravitatoria

a) El vector campo gravitatorio total en el punto P (0, 4d).



Recordamos que:

$$\overrightarrow{g_A} = -0{,}21\,\vec{i} - 0{,}28\,\vec{j}\ (N/kg)$$

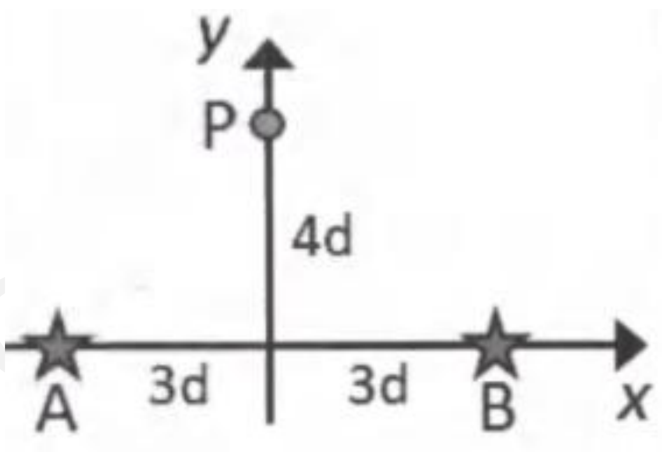
$$\overrightarrow{g_B} = 0{,}15\,\vec{i} - 0{,}20\,\vec{j}\ (N/kg)$$

Se aplica el principio de superposición.

$$\overrightarrow{g_{total}} = \overrightarrow{g_A} + \overrightarrow{g_B} = -0{,}21\,\vec{i} - 0{,}28\,\vec{j} + 0{,}15\,\vec{i} - 0{,}20\,\vec{j} = -0{,}06\,\vec{i} - 0{,}48\,\vec{j}\ (N/kg)$$

El campo gravitatorio en P es $\boxed{\overrightarrow{\boldsymbol{g_{total}}} = \boldsymbol{-0{,}06\,\vec{i} - 0{,}48\,\vec{j}\ (N/kg)}}$

Interacción gravitatoria



b) La energía potencial de un cuerpo de masa 1 kg situado en el punto P. ¿Qué velocidad mínima deberá tener dicho cuerpo para alejarse indefinidamente del sistema estelar, partiendo del punto P?

Datos: $d = 5{,}0 \cdot 10^{9}\ m$; G = 6,67·$10^{-11}$ N m^2 /kg^2, $M_A = 3{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$; $M_B = 2{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$

Se calcula el valor de la energía potencial utilizando la fórmula: $E_p = -G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r}$

Como hay dos masas que generan potencial gravitatorio, la energía potencial total es la suma de las energías potenciales.

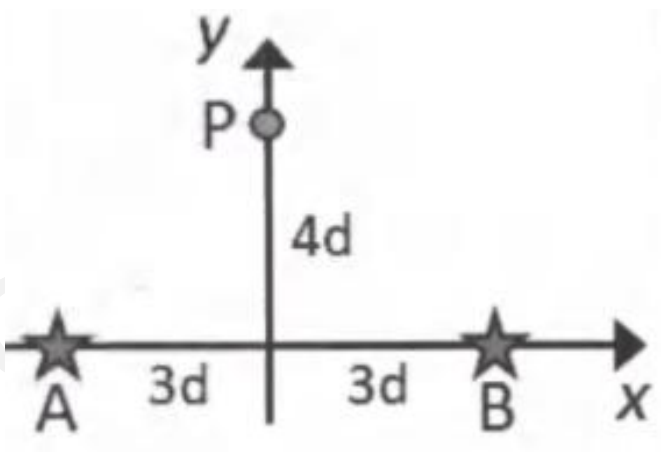
$$E_p = E_p(A) + E_p(B) = -G \cdot \frac{M_A \cdot m}{r_A} - G \cdot \frac{M_B \cdot m}{r_B} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3{,}3 \cdot 10^{30} \cdot 1}{5 \cdot 5 \cdot 10^{9}} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2{,}3 \cdot 10^{30} \cdot 1}{5 \cdot 5 \cdot 10^{9}}$$

$$E_p = E_p(A) + E_p(B) = -1{,}49 \cdot 10^{10}\ J$$

La energía potencial de un cuerpo de masa 1 kg situado en P es $\boldsymbol{-1{,}49 \cdot 10^{10}\ J}$

NOTA: Se puede resolver el ejercicio calculando el potencial gravitatorio en P. Y a partir de dicho valor calcular la energía potencial en dicho punto.

Interacción gravitatoria



b) La energía potencial de un cuerpo de masa 1 kg situado en el punto P. ¿Qué velocidad mínima deberá tener dicho cuerpo para alejarse indefinidamente del sistema estelar, partiendo del punto P?

Datos: $d = 5{,}0 \cdot 10^9\ m$; G = 6,67·10^{-11} N m^2 /kg^2, $M_A = 3{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$; $M_B = 2{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$

Se pide que calculemos la velocidad de escape. Puesto que el campo gravitatorio es conservativo, se conserva la energía mecánica.

$$\Delta E_m = 0 \longrightarrow E_c(inicial) + E_p(inicial) = E_c(final) + E_p(final)$$

Las energías potencial y cinética en el infinito son NULAS. $E_c(inicial) + E_p(inicial) = 0$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2\ (inicial) + E_p(inicial) = 0 \longrightarrow v(inicial) = \sqrt{\frac{-2 \cdot E_p(inicial)}{m}} = \sqrt{\frac{-2 \cdot (-1{,}49 \cdot 10^{10}\ J)}{1}}$$

$$v(inicial) = 1{,}73 \cdot 10^5\ m/s$$

La velocidad mínima que deberá tener dicho cuerpo es $\mathbf{1{,}73 \cdot 10^5\ m/s}$