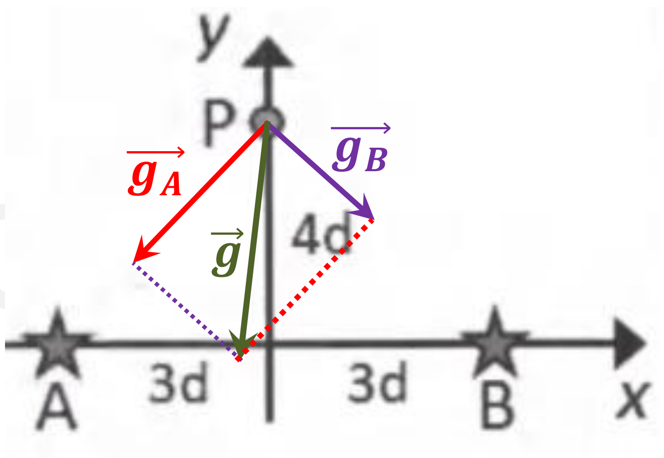

PAU COMUNIDAD VALENCIANA
F = h
h = ν
V =
l = ν
E = mc−h
FÍSICA
Campo gravitatorio
Junio 2025 · Problema 1A

Interacción gravitatoria



Dos estrellas, A y B, del sistema IK Pegasi se encuentran en la posición indicada en la figura, separadas entre sí una distancia 6d. Calcula razonadamente:

a) El vector campo gravitatorio total en el punto P (0, 4d).

b) La energía potencial de un cuerpo de masa 1 kg situado en el punto P. ¿Qué velocidad mínima deberá tener dicho cuerpo para alejarse indefinidamente del sistema estelar, partiendo del punto P?

Datos: $d = 5{,}0 \cdot 10^{9}\ m$; G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 /kg^2, $M_A = 3{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$; $M_B = 2{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$

Solución: En primer lugar, se hace un estudio gráfico de la situación:

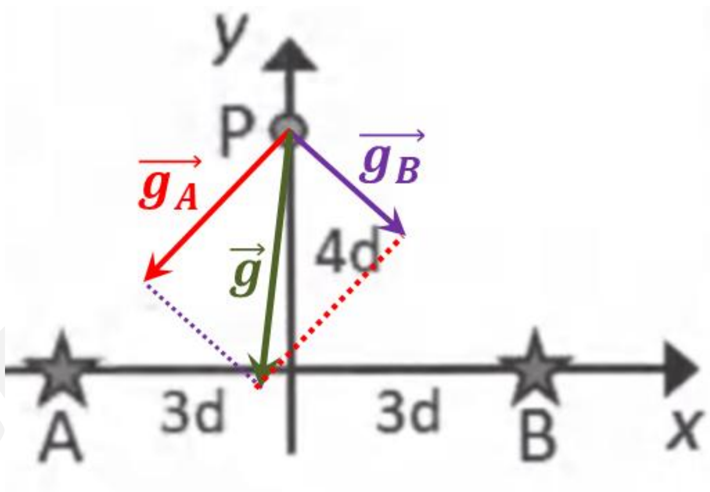
La dirección y sentido del vector campo gravitatorio en un punto vienen dados por la dirección y sentido de la fuerza que experimentaría una masa de prueba colocada en ese punto.

Para calcular el valor del campo gravitatorio total utilizaremos la fórmula del campo gravitatorio y el principio de superposición.

El principio de superposición indica que el campo gravitatorio generado por las masas puntuales no varía por la presencia de otras masas y que el campo resultante es igual a la suma de los campos gravitatorios individuales que se generan sobre el **punto (0,4d)**.

$\overrightarrow{g_{total}} = \overrightarrow{g_A} + \overrightarrow{g_B}$ Calculo a continuación los valores pedidos.

Interacción gravitatoria



a) El vector campo gravitatorio total en el punto P (0, 4d).

Datos: $d = 5{,}0 \cdot 10^9\ m$; G = 6,67·10^{-11} N m²/kg², $M_A = 3{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$; $M_B = 2{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$

El vector campo gravitatorio se calcula con la fórmula: $\vec{g} = -G \cdot \dfrac{M}{r^2} \cdot \overrightarrow{u_r}$

Calcularé en primer lugar $\overrightarrow{g_A}$ y después $\overrightarrow{g_B}$.

Se calcula el vector unitario: $\overrightarrow{r_A} = P - A = (0{,}4d) - (-3d, 0) = (3d, 4d) = 3d\,\vec{i} + 4d\,\vec{j}\,(m)$

$$|\overrightarrow{r_A}| = \sqrt{(3d)^2 + (4d)^2} = \sqrt{25d^2} = 5d\ m \longrightarrow \overrightarrow{u_{rA}} = \frac{\overrightarrow{r_A}}{|\overrightarrow{r_A}|} = \frac{3d\,\vec{i} + 4d\,\vec{j}}{5d} = \frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$$

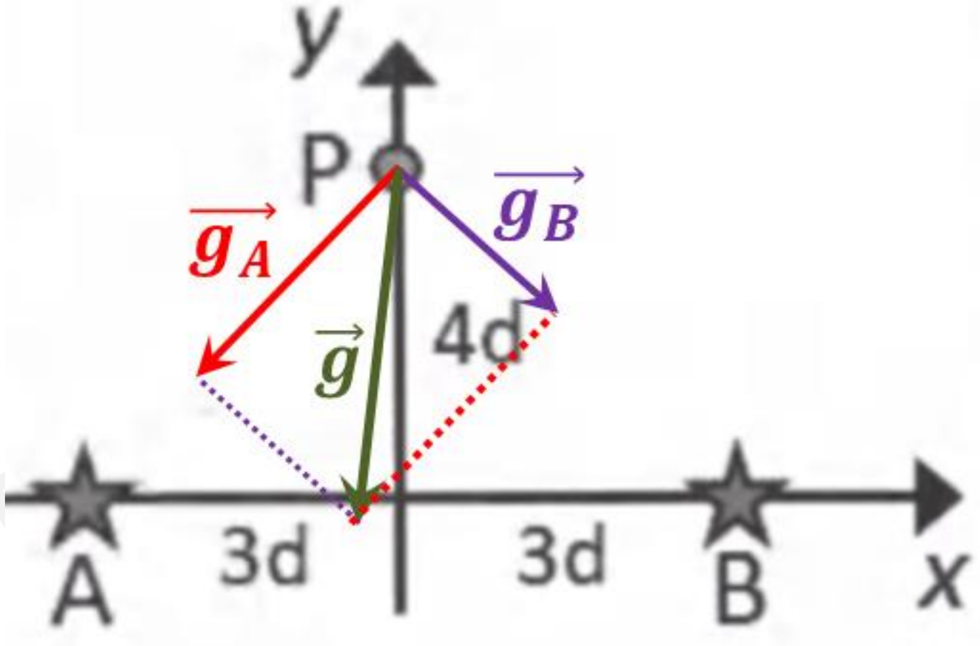
$$\overrightarrow{g_A} = -G \cdot \frac{M_A}{r_A^2} \cdot \overrightarrow{u_{rA}} = -G \cdot \frac{M_A}{(5d)^2} \cdot \overrightarrow{u_{rA}} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3{,}3 \cdot 10^{30}}{(5 \cdot 5 \cdot 10^9)^2} \cdot \left(\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}\right) = -0{,}21\,\vec{i} - 0{,}28\,\vec{j}\ (N/kg)$$

Se calcula el vector unitario: $\overrightarrow{r_B} = P - B = (0{,}4d) - (3d, 0) = (-3d, 4d) = -3d\,\vec{i} + 4d\,\vec{j}\,(m)$

$$|\overrightarrow{r_B}| = \sqrt{(-3d)^2 + (4d)^2} = \sqrt{25d^2} = 5d\ m \longrightarrow \overrightarrow{u_{rB}} = \frac{\overrightarrow{r_B}}{|\overrightarrow{r_B}|} = \frac{-3d\,\vec{i} + 4d\,\vec{j}}{5d} = -\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$$

$$\overrightarrow{g_B} = -G \cdot \frac{M_B}{r_B^2} \cdot \overrightarrow{u_{rB}} = -G \cdot \frac{M_B}{(5d)^2} \cdot \overrightarrow{u_{rB}} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2{,}3 \cdot 10^{30}}{(5 \cdot 5 \cdot 10^9)^2} \cdot \left(-\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}\right) = 0{,}15\,\vec{i} - 0{,}20\,\vec{j}\ (N/kg)$$

Interacción gravitatoria



a) El vector campo gravitatorio total en el punto P (0, 4d).

Recordamos que:

$$\overrightarrow{g_A} = -0{,}21\,\vec{i} - 0{,}28\,\vec{j}\ (N/kg)$$

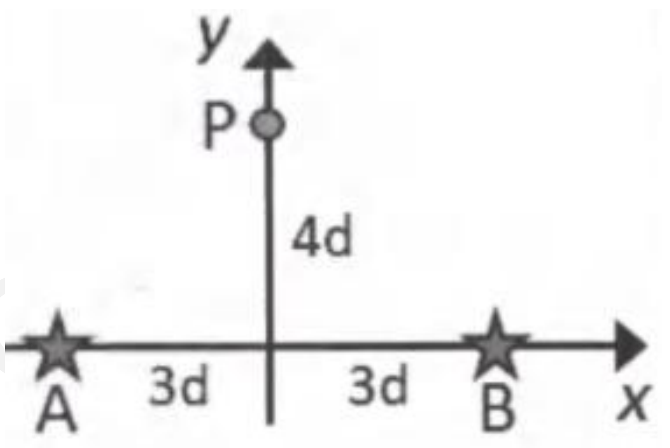
$$\overrightarrow{g_B} = 0{,}15\,\vec{i} - 0{,}20\,\vec{j}\ (N/kg)$$

Se aplica el principio de superposición.

$$\overrightarrow{g_{total}} = \overrightarrow{g_A} + \overrightarrow{g_B} = -0{,}21\,\vec{i} - 0{,}28\,\vec{j} + 0{,}15\,\vec{i} - 0{,}20\,\vec{j} = -0{,}06\,\vec{i} - 0{,}48\,\vec{j}\ (N/kg)$$

El campo gravitatorio en P es $\boldsymbol{\overrightarrow{g_{total}} = -0,06\,\vec{i} - 0,48\,\vec{j}\ (N/kg)}$

Interacción gravitatoria



b) La energía potencial de un cuerpo de masa 1 kg situado en el punto P. ¿Qué velocidad mínima deberá tener dicho cuerpo para alejarse indefinidamente del sistema estelar, partiendo del punto P?

Datos: $d = 5{,}0 \cdot 10^9\ m$; G = 6,67·10^{-11} N m^2 /kg^2, $M_A = 3{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$; $M_B = 2{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$

Se calcula el valor de la energía potencial utilizando la fórmula: $E_p = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$

Como hay dos masas que generan potencial gravitatorio, la energía potencial total es la suma de las energías potenciales.

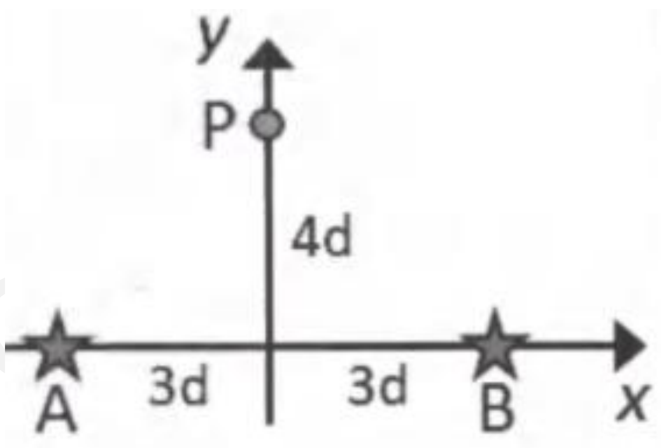
$$E_p = E_p(A) + E_p(B) = -G \cdot \frac{M_A \cdot m}{r_A} - G \cdot \frac{M_B \cdot m}{r_B} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3{,}3 \cdot 10^{30} \cdot 1}{5 \cdot 5 \cdot 10^9} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2{,}3 \cdot 10^{30} \cdot 1}{5 \cdot 5 \cdot 10^9}$$

$$E_p = E_p(A) + E_p(B) = -1{,}49 \cdot 10^{10}\ J$$

La energía potencial de un cuerpo de masa 1 kg situado en P es $\boldsymbol{-1{,}49 \cdot 10^{10}\ J}$

NOTA: Se puede resolver el ejercicio calculando el potencial gravitatorio en P. Y a partir de dicho valor calcular la energía potencial en dicho punto.

Interacción gravitatoria



b) La energía potencial de un cuerpo de masa 1 kg situado en el punto P. ¿Qué velocidad mínima deberá tener dicho cuerpo para alejarse indefinidamente del sistema estelar, partiendo del punto P?

Datos: $d = 5{,}0 \cdot 10^9\ m$; G = 6,67·10^{-11} N m^2 /kg^2, $M_A = 3{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$; $M_B = 2{,}3 \cdot 10^{30}\ kg$

Se pide que calculemos la velocidad de escape. Puesto que el campo gravitatorio es conservativo, se conserva la energía mecánica.

$$\Delta E_m = 0 \longrightarrow E_c(inicial) + E_p(inicial) = E_c(final) + E_p(final)$$

Las energías potencial y cinética en el infinito son NULAS. $E_c(inicial) + E_p(inicial) = 0$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2\ (inicial) + E_p(inicial) = 0 \longrightarrow v(inicial) = \sqrt{\frac{-2 \cdot E_p(inicial)}{m}} = \sqrt{\frac{-2 \cdot (-1{,}49 \cdot 10^{10}\ J)}{1}}$$

$$v(inicial) = 1{,}73 \cdot 10^5\ m/s$$

La velocidad mínima que deberá tener dicho cuerpo es $\mathbf{1,73 \cdot 10^5\ \ m/s}$


PAU COMUNIDAD VALENCIANA
FÍSICA
Campo gravitatorio
Junio 2025 • Problema 1B

Interacción gravitatoria

Una estación espacial gira alrededor de un planeta describiendo una órbita circular con una velocidad v = 6,7 km/s. Deduce razonadamente:

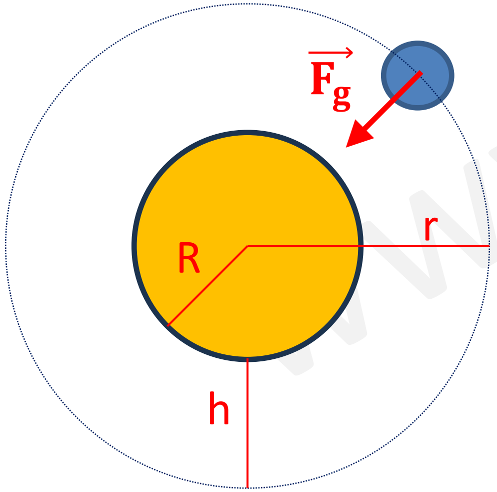
a) La expresión simbólica de la altura, h, a la que se encontrará la estación espacial respecto a la superficie del planeta, en función de las magnitudes proporcionadas (v, g_0 y R). Calcula su valor numérico.

b) La expresión simbólica de la aceleración de la gravedad, g, en función de la altura h y de la aceleración en la superficie del planeta, g_0. Calcula su valor numérico para la posición en la que se encuentra la estación espacial.

Datos: Aceleración de la gravedad en la superficie del planeta, $g_0 = 9\ m\ s^{-2}$. Radio del planeta, R = 5500 km

Solución: Deduzco en primer lugar la altura sobre la superficie del planeta en función de v, g_0 y R

La única fuerza que actúa sobre la estación espacial es la fuerza gravitatoria.



Puesto que el movimiento de la estación espacial es **circular uniforme**, según el segundo principio de la dinámica de Newton, podemos escribir:

$$F_g = m \cdot a_c \longrightarrow \frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{m} \cdot v^2}{\cancel{r}} \longrightarrow v^2 = \frac{G \cdot M}{r} \longrightarrow r = \frac{G \cdot M}{v^2}$$

Puesto que $r = R + h$, podemos escribir que :

$$R + h = \frac{G \cdot M}{v^2} \longrightarrow h = \frac{G \cdot M}{v^2} - R$$

Interacción gravitatoria

a) La expresión simbólica de la altura, h, a la que se encontrará la estación espacial respecto a la superficie del planeta, en función de las magnitudes proporcionadas (v, g_0 y R). Calcula su valor numérico.

Datos: Aceleración de la gravedad en la superficie del planeta, g_0 = 9 m s^{-2}. Radio del planeta, R = 5500 km

Puesto que debemos expresar el valor de la altura en función de g_0, recordamos que: $g_0 = \dfrac{G \cdot M}{R^2} \longrightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R^2$

Se sustituye $G \cdot M$ en la expresión obtenida anteriormente:

$$h = \frac{G \cdot M}{v^2} - R = \frac{g_0 \cdot R^2}{v^2} - R$$

Se calcula su valor numérico, pero antes de sustituir expreso las v y R en unidades del S.I.:

$$R = 5500\ km = 5{,}5 \cdot 10^6\ m \qquad v = 6{,}7\ km/s = 6700\ m/s = 6{,}7 \cdot 10^3\ m/s$$

$$h = \frac{9 \cdot (5{,}5 \cdot 10^6)^2}{(6{,}7 \cdot 10^3)^2} - 5{,}5 \cdot 10^6 = 5{,}65 \cdot 10^5\ m = 565\ km$$

La estación espacial se encuentra a una altura de **565 km**.

Interacción gravitatoria

b) La expresión simbólica de la aceleración de la gravedad, g, en función de la altura h y de la aceleración en la superficie del planeta, g_0. Calcula su valor numérico para la posición en la que se encuentra la estación espacial.

Datos: Aceleración de la gravedad en la superficie del planeta, $g_0 = 9\ m\ s^{-2}$. Radio del planeta, R = 5500 km

Solución:

En la superficie del planeta: $$g_0 = \frac{G \cdot M}{R^2} \longrightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R^2$$

A una altura h sobre el planeta: $$g_h = \frac{G \cdot M}{(R+h)^2} \longrightarrow g_h = \frac{g_0 \cdot R^2}{(R+h)^2} = g_0 \cdot \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

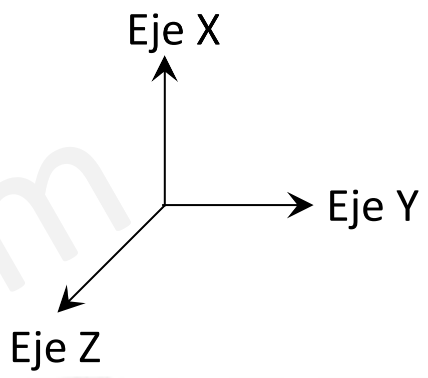
$$g_h = \frac{g_0 \cdot R^2}{(R+h)^2} = 9 \cdot \left(\frac{5500}{5500+565}\right)^2 = 7{,}4\ m/s^2$$

TRUCO: *Puedo poner el radio y la altura en km, porque las unidades se cancelan al hacer la división.*

La aceleración de la gravedad a la altura a la que se encuentra la estación espacial es $\boldsymbol{7,4\ m/s^2}$.


PAU COMUNIDAD VALENCIANA
FÍSICA
Campo magnético
Junio 2025 · Cuestión 2

Campo magnético

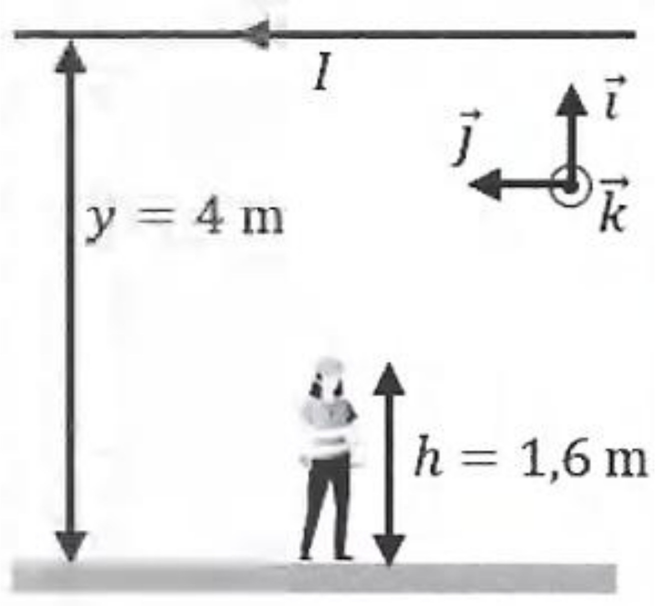


Una trabajadora de una planta de electrólisis para la producción de cloro realiza tareas de mantenimiento debajo de un cable conductor, por el que circula una corriente de 18 kA que se puede considerar rectilínea e indefinida. El cable se encuentra a 4 m sobre el suelo, como muestra la figura.

Calcula el vector campo magnético sobre la cabeza de la trabajadora (a una altura de 1,6 m) y representa dicho vector conjuntamente con la corriente que circula por el cable.

Justifica la respuesta, indicando la ley física en que se fundamenta y el significado de cada una de las magnitudes que intervienen. El Real Decreto 299/2016, contra los riesgos relacionados con la exposición a campos electromagnéticos, establece que la exposición a un campo magnético estático no debe superar los 2 T. ¿Está protegida la trabajadora en base a esta normativa?

Dato: permeabilidad magnética en el vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m/A



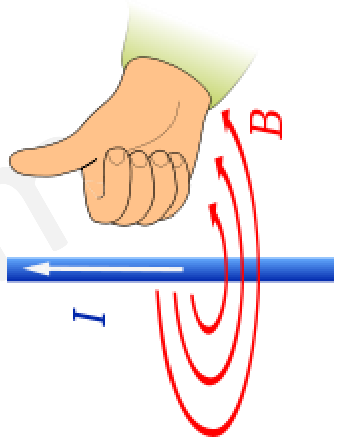
Solución: Aplicando la ley de Biot–Savart (o la de Ampere), se puede demostrar que:

Un hilo conductor rectilíneo infinito por el que circula una corriente eléctrica genera un campo magnético de módulo:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

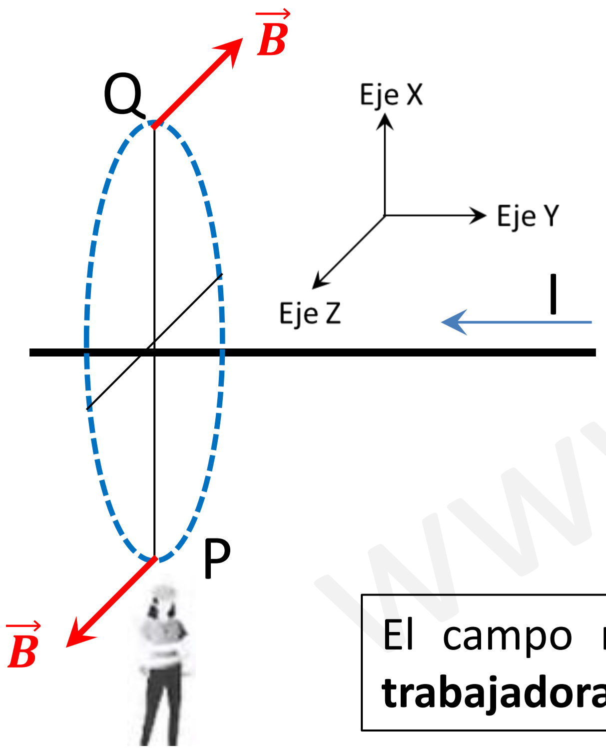
B: Intensidad del campo magnético;
μ_0: Permeabilidad magnética en el vacío;
I: Intensidad de la corriente en el cable;
r: Distancia al cable

Campo magnético



La dirección del campo magnético se dibuja perpendicular al plano determinado por la corriente rectilínea y el punto, y el sentido se determina por la regla del sacacorchos o la denominada de la mano derecha.

En este caso, el campo magnético tendrá un sentido saliente (hacia el observador) en la vertical inferior y entrante (hacia la pantalla) en la superior.



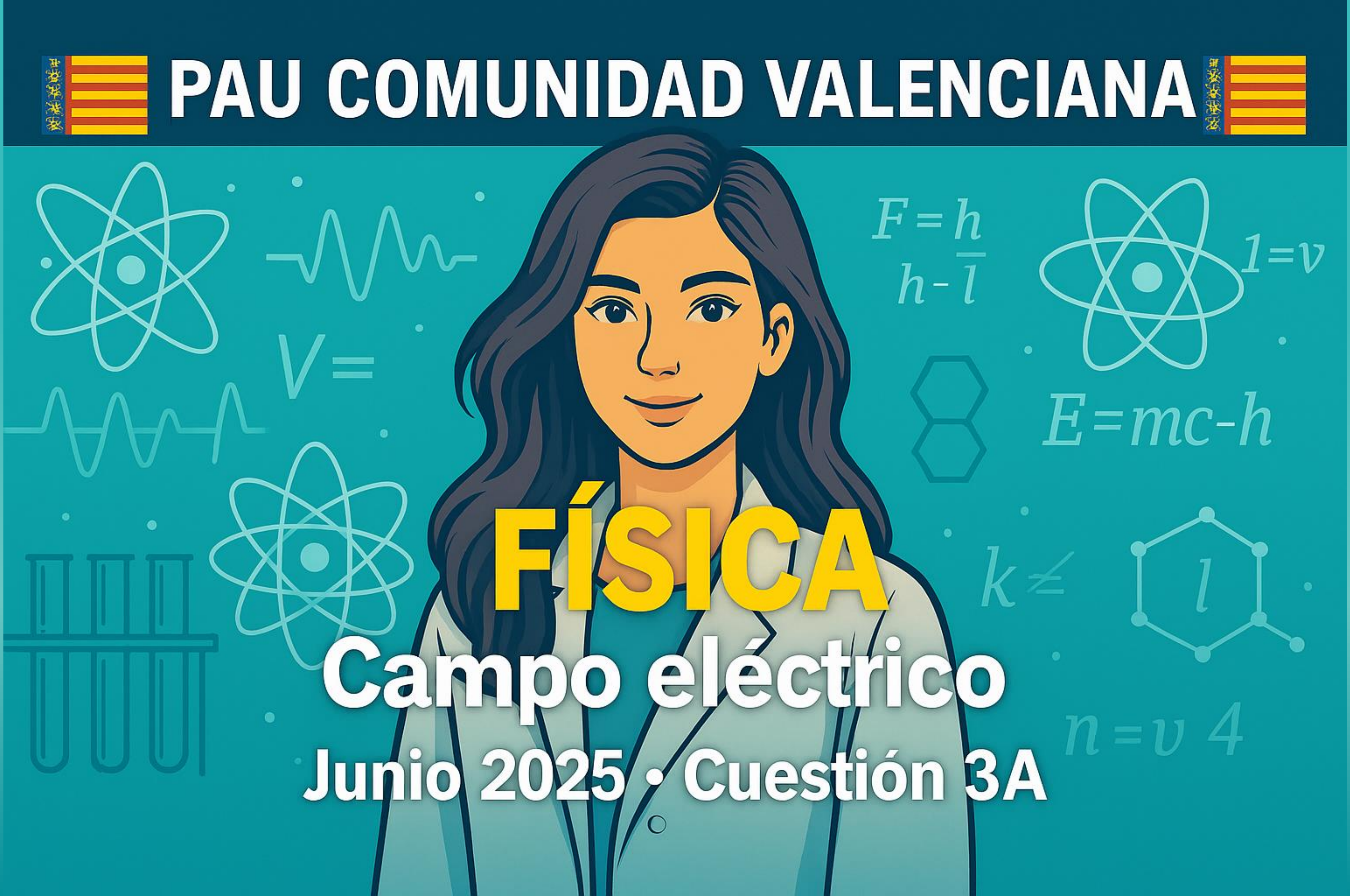
Se realizan ahora los cálculos:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}8 \cdot 10^4}{2\pi \cdot 2{,}4} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ T$$

Por lo tanto, habrá un campo magnético $1{,}5 \cdot 10^{-3}\ T$ en todos los puntos que disten 2,4 m del hilo conductor. Dada la posición de la empleada, aplicando la regla de la mano derecha, determinamos que el sentido es el positivo del eje Z.

El vector campo magnético es: $\boldsymbol{\overrightarrow{B_P} = 1,5 \cdot 10^{-3}\ \vec{k}\ (T)}$.

El campo magnético es inferior al que indica la normativa. Según eso, **la trabajadora está protegida**.

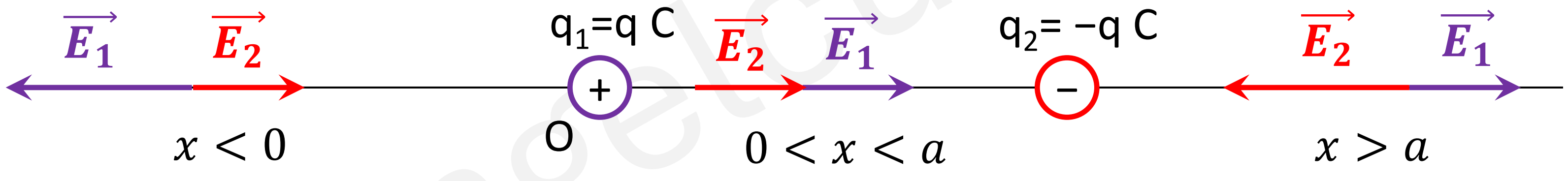

PAU COMUNIDAD VALENCIANA
FÍSICA
Campo eléctrico
Junio 2025 • Cuestión 3A

Campo eléctrico

Se tiene una carga positiva, q, en el origen de coordenadas y otra –q en el punto (a, 0) con a > 0. Obtén razonadamente, con ayuda de una representación vectorial, el sentido del campo eléctrico total producido por ambas cargas, a la izquierda de la carga positiva (x < 0), a la derecha de la carga negativa (x > a), y en el tramo comprendido entre las dos cargas (0 < x < a).

Solución:

Se analiza gráficamente cómo será el campo eléctrico neto en los tres tramos que definen las dos cargas eléctricas. $\boldsymbol{\overrightarrow{E_1}}$ sale de la carga q_1=q y $\boldsymbol{\overrightarrow{E_2}}$ entra en la carga q_2=–q.



Si $\boldsymbol{x < 0}$. Dado que $r_1 < r_2$, aunque $\overrightarrow{E_1}$ y $\overrightarrow{E_2}$ tienen sentidos opuestos, $\left|\overrightarrow{E_1}\right| > \left|\overrightarrow{E_2}\right|$ para todo valor de $x < 0$. El sentido del campo **será el negativo del eje X**. Se expresa: $\overrightarrow{E_{Total}} = -\left|\overrightarrow{E_{Total}}\right| \cdot \vec{i}$

Si $\boldsymbol{0 < x < a}$. Como se observa, los vectores campo eléctrico tienen el mismo sentido y por eso no puede anularse el campo eléctrico en ningún punto de este tramo. El sentido del campo **será el positivo del eje X**. Se expresa: $\overrightarrow{E_{Total}} = \left|\overrightarrow{E_{Total}}\right| \cdot \vec{i}$

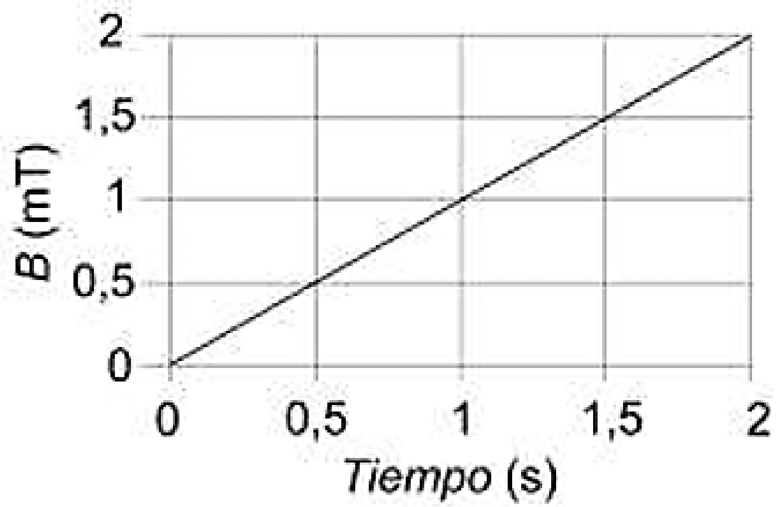
Si $\boldsymbol{x > a}$, Dado que $r_1 > r_2$, aunque $\overrightarrow{E_1}$ y $\overrightarrow{E_2}$ tienen sentidos opuestos, $\left|\overrightarrow{E_1}\right| < \left|\overrightarrow{E_2}\right|$ para todo valor de $x < 0$. El sentido del campo **será el negativo del eje X**. Se expresa: $\overrightarrow{E_{Total}} = -\left|\overrightarrow{E_{Total}}\right| \cdot \vec{i}$


PAU COMUNIDAD VALENCIANA
FÍSICA
Inducción electromagnética
Junio 2025 • Cuestión 3 B

Inducción electromagnética

Una espira cuadrada de 20 cm de lado se sitúa en el seno de un campo magnético uniforme. El módulo del campo magnético varía en función del tiempo, como se indica en la figura adjunta, y su dirección es perpendicular al plano de la espira.

Calcula razonadamente el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira. Dibuja el campo magnético y la corriente inducida sobre la espira, razonando su sentido.



Solución:

Para poder explicar el ejercicio debemos tener en cuenta dos leyes de la física referidas a la inducción de una corriente eléctrica a partir de un campo magnético.

Ley de Faraday-Henry: La tensión inducida en un circuito cerrado es directamente proporcional a la rapidez con que cambia en el tiempo el flujo magnético que atraviesa una superficie cualquiera con el circuito como borde.

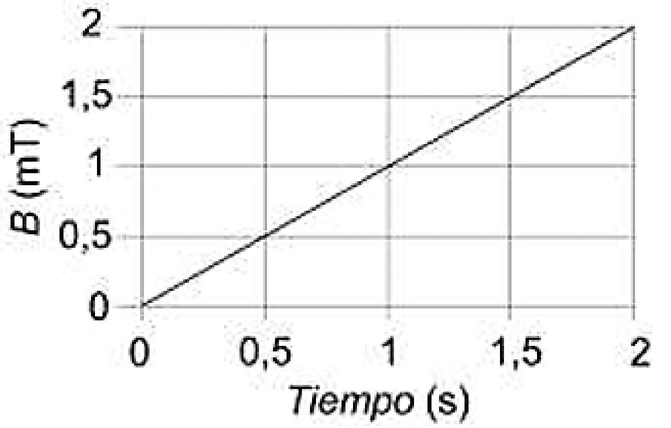
Ley de Lenz: el sentido de la corriente eléctrica debe ser tal, que el campo magnético generado por ella <u>se opone</u> a la variación de flujo que la provocó.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Rapidez con que cambia el flujo magnético con el tiempo.

El signo negativo, nos indica la oposición de la fem al campo inducido.

Inducción electromagnética



Una espira cuadrada de 20 cm de lado se sitúa en el seno de un campo magnético uniforme. El módulo del campo magnético varía en función del tiempo, como se indica en la figura adjunta, y su dirección es perpendicular al plano de la espira.
Calcula razonadamente el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira. Dibuja el campo magnético y la corriente inducida sobre la espira, razonando su sentido.

Solución:

Aplico la ley de Faraday-Lenz. Se recuerda que el flujo magnético es: $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos(\alpha)$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot S \cdot \cos(\alpha))}{dt} = -S \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{d(B)}{dt}$$

Calculo la variación del campo magnético frente al tiempo a partir de la pendiente de la recta de la gráfica.

$$\frac{d(B)}{dt} = pendiente\ de\ la\ recta\ de\ la\ gráfica\ de\ B\ frente\ a\ t = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 10^{-3} - 0\ \ (T)}{2 - 0\ \ \ (s)} = 1 \cdot 10^{-3}\ \ T/s$$

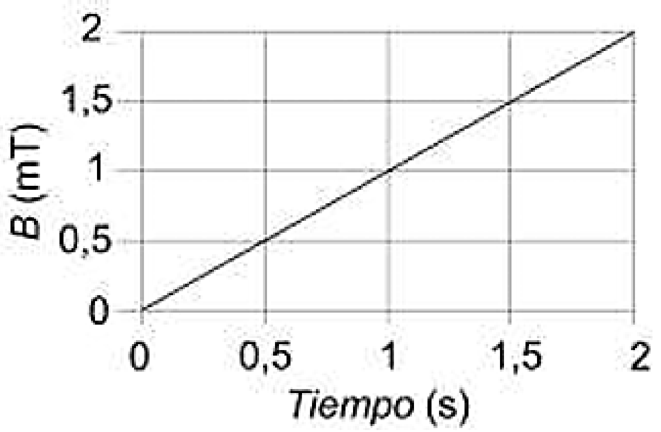
Se sustituyen los datos: $S = L^2 = (0{,}2)^2 = 0{,}04\ m^2 \quad \cos(\alpha) = \cos(0°) = 1$

$$\varepsilon = -0{,}04 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = -4 \cdot 10^{-5}\ \ V$$

El valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira es $\mathbf{-4 \cdot 10^{-5}\ \ V}$

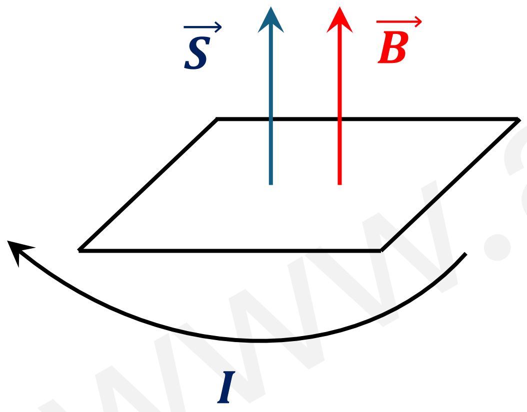
Inducción electromagnética

Una espira cuadrada de 20 cm de lado se sitúa en el seno de un campo magnético uniforme. El módulo del campo magnético varía en función del tiempo, como se indica en la figura adjunta, y su dirección es perpendicular al plano de la espira.
Calcula razonadamente el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira. Dibuja el campo magnético y la corriente inducida sobre la espira, razonando su sentido.



Solución:

Para contestar la segunda parte de la pregunta, se hace un esquema. Puesto que no se dice nada acerca el sentido del campo magnético, voy a suponer que su sentido es el positivo, tal como se muestra en el esquema.

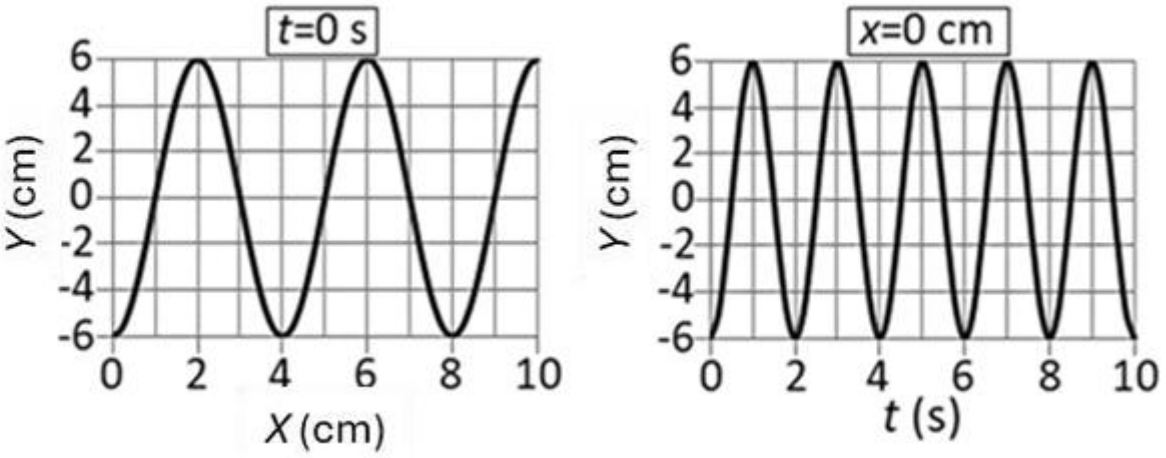


Según la ley de Lenz, el sentido de la corriente debe ser tal que genere un campo magnético que se oponga a la variación flujo. En este caso debería generar campo magnético en el sentido negativo del eje vertical. Aplicando la regla de la mano derecha podemos comprobar que la corriente eléctrica inducida debe tener **sentido horario**.


PAU COMUNIDAD VALENCIANA
FÍSICA
Ondas
Junio 2025 • Cuestión 4A

Ondas

Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje X. Las gráficas muestran la elongación de la onda en el instante t=0 s y en la posición x=0 m. Determina la amplitud de la onda, el periodo, la pulsación o frecuencia angular, la longitud de onda y la velocidad de propagación.



Solución:

La ecuación de la onda es: $\boldsymbol{y(x,t) = A \cdot sen\,(\omega \cdot t - k \cdot x + \theta_0)}$ De las gráficas podemos deducir que:

$Amplitud; A = 0{,}06\,m \quad Período; T = 2\,s \quad Longitud\ de\ onda; \lambda = 0{,}04\,m$

A partir del período se obtiene la frecuencia angular. $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{2} = \pi\,rad/s$

Calculo la velocidad de propagación de la onda. $v_p = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{0{,}04}{2} = 0{,}02\,m/s$

Las magnitudes pedidas son: $\boldsymbol{A = 0,06\,m;\ T = 2\,s\,;\ \omega = \ \pi\,rad/s;\ \lambda = 0,04\,m;\ v_p = 0,02\,m/s}$


PAU COMUNIDAD VALENCIANA
FÍSICA
Ondas sonoras
Junio 2025 • Cuestión 4B

INTENSIDAD SONORA

Dos compresores de aire acondicionado están separados una distancia de 100 m. El primero emite ruido con una potencia sonora de 4 μW. El nivel sonoro en el punto equidistante entre ellos es de 25 dB. Calcula en ese punto el nivel sonoro debido a cada uno de los compresores. Calcula la potencia sonora emitida por el segundo compresor. Desprecia la absorción del aire y el efecto de los objetos situados en el entorno. Considera que las ondas sonoras son esféricas.

Dato: intensidad sonora umbral, I_0=10^{-12} W/m^2

Solución:

Primero haré un breve recordatorio teórico para aquellos que no tengáis en la cabeza las fórmulas.

La intensidad de una onda esférica se define como la potencia por unidad de superficie. $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi \cdot r^2}$

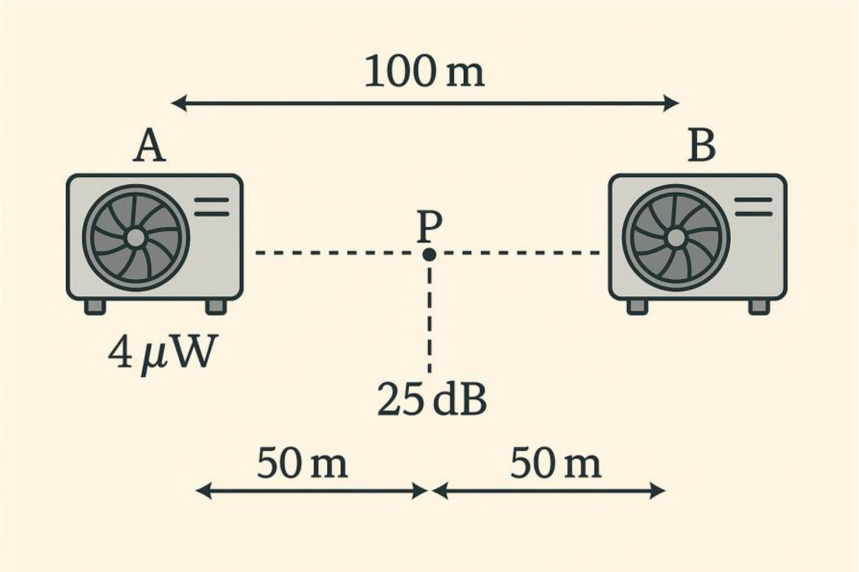
La expresión del nivel sonoro (en dB) en función de la intensidad de un sonido es: $\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

Siendo: β= nivel sonoro (unidad, dB, decibelio)

I= Intensidad del sonido (W/m^2)

I_0= Intensidad umbral de referencia (W/m^2). Esta intensidad es el límite de sensibilidad del oído humano para una frecuencia de 1 kHz.

Se representa un esquema con la situación planteada.



Se calcula la intensidad de la onda generada por el primer compresor en un punto a 50 metros (equidistantes) de ambos:

$$I_1 = \frac{P_1}{4\pi \cdot r^2} = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 50^2} = 1{,}27 \cdot 10^{-10}\ W/m^2$$

Se calcula el nivel sonoro debido al primer compresor en un punto a 50 metros (equidistante) de ambos:

$$\beta_1 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{1{,}27 \cdot 10^{-10}}{10^{-12}}\right) = 21{,}04\ dB$$

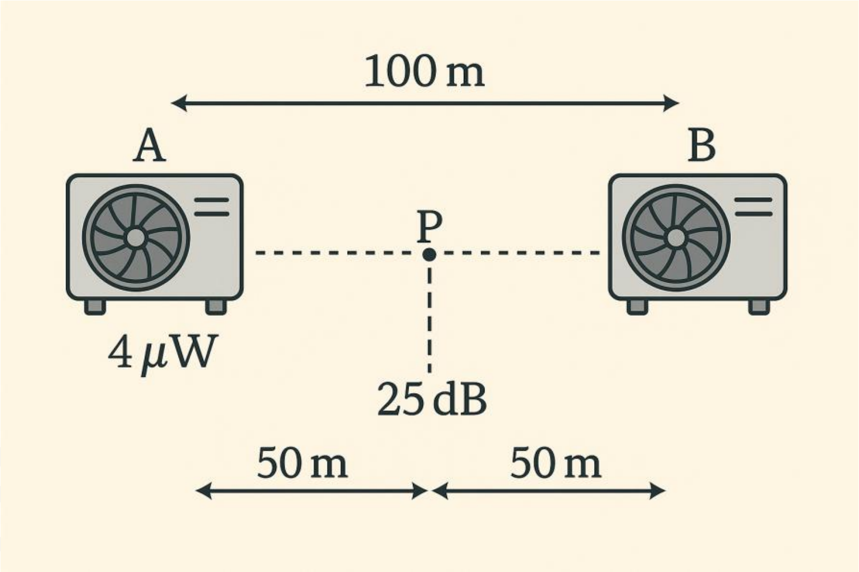
Se calcula la intensidad de la onda generada por ambos compresores, tenemos en cuenta que el nivel sonoro total es 25 dB.

$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \longrightarrow \frac{\beta}{10} = \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \longrightarrow 10^{\frac{\beta}{10}} = \frac{I}{I_0} \longrightarrow I = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{25}{10}} = 3{,}16 \cdot 10^{-10}\ W/m^2$$

Calculo la intensidad de la onda generada por el segundo compresor.

$$I = I_1 + I_2 \longrightarrow I_2 = I - I_1 = 3{,}16 \cdot 10^{-10} - 1{,}27 \cdot 10^{-10} = 1{,}89 \cdot 10^{-10}\ W/m^2$$

Calcula en ese punto el nivel sonoro debido a cada uno de los compresores. Calcula la potencia sonora emitida por el segundo compresor. **Dato**: intensidad sonora umbral, I_0=10^{-12} W/m^2



Se calcula el nivel sonoro debido al segundo compresor en un punto a 50 metros (equidistante) de ambos:

$$\beta_2 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{1{,}89 \cdot 10^{-10}}{10^{-12}}\right) = 22{,}76\ dB$$

El nivel sonoro en el punto P, debido al compresor A es **21,04 dB** y el debido al compresor B es **22,76 dB**. Puedes comprobar que su suma no es 25 dB. Esto es debido a que la escala en decibelios es logarítmica.

Calculo la potencia sonora del segundo compresor (B).

$$P_2 = I_2 \cdot 4\pi \cdot r^2 = 1{,}89 \cdot 10^{-10} \cdot 4\pi \cdot (50)^2 = 5{,}94 \cdot 10^{-6}\ W = 5{,}94\ \mu W$$

La potencia sonora emitida por el segundo compresor es: $\mathbf{5{,}94\ \mu W}$.


PAU COMUNIDAD VALENCIANA
FÍSICA
Movimiento armónico simple
Junio 2025 • Problema 5 A

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

La posición de un cuerpo, de masa m=1,5 g, que oscila respecto a su posición de equilibrio, está descrita por la función $x(t)$=0,10 $cos(10\pi t+\pi/2)$ en unidades del Sistema Internacional.

a) ¿Qué tipo de movimiento realiza el cuerpo? Calcula el período de oscilación, así como la posición y la velocidad del cuerpo para t=1 s.

b) Calcula la energía mecánica total del cuerpo, su energía cinética y su energía potencial en el instante en que la posición del cuerpo se corresponde con la mitad de la amplitud del movimiento.

Solución: El cuerpo realiza un movimiento armónico simple (MAS)

La ecuación del MAS: $\boldsymbol{x(t) = A \cdot cos\,(\omega \cdot t + \theta_0)}$ De la ecuación del enunciado se deduce que:

$$Amplitud; A = 0{,}10\ m \qquad frecuencia\ angular; \omega = 10\pi\ rad/s \qquad Desfase\ inicial; \theta_0 = \frac{\pi}{2} rad$$

A partir de la frecuencia angular se calcula el período: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{10\pi} = 0{,}2\ s$ El período de oscilación es **0,2 s.**

Calculo la posición del cuerpo para $t = 1\ s$, sustituyendo en la ecuación del MAS.

$$x(1) = 0{,}1 \cdot cos\left(10\pi \cdot 1 + \frac{\pi}{2}\right) = 0\ m$$

Su posición para $t = 1\ s$ es $\boldsymbol{x = 0\ m.}$

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

La posición de un cuerpo, de masa m=1,5 g, que oscila respecto a su posición de equilibrio, está descrita por la función $x(t)$=0,10 $cos(10\pi t+\pi/2)$ en unidades del Sistema Internacional.

a) ¿Qué tipo de movimiento realiza el cuerpo? Calcula el período de oscilación, así como la posición y la velocidad del cuerpo para t=1 s.

Se calcula la velocidad derivando la posición respecto del tiempo.

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A \cdot \omega \cdot sen\ (\omega \cdot t + \theta_0)$$

$$v(1) = -0{,}1 \cdot 10\pi \cdot sen\left(10\pi \cdot 1 + \frac{\pi}{2}\right) = -\pi\ m/s$$

Su velocidad para $t = 1\ s$ es $\boldsymbol{v = -\pi\ m/s}$.

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

b) Calcula la energía mecánica total del cuerpo, su energía cinética y su energía potencial en el instante en que la posición del cuerpo se corresponde con la mitad de la amplitud del movimiento.

La energía mecánica de un cuerpo que lleva a cabo un MAS es igual a la energía potencial máxima (o a la energía cinética máxima). El cuerpo alcanza dicha energía cuando $x = \pm A$. A partir de la fórmula de la energía potencial se deduce la fórmula de la energía mecánica.

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \xrightarrow{x_{max} = A} E_{p,max} = E_m = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \xrightarrow{k = m \cdot \omega^2} E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot (10\pi)^2 \cdot (0{,}1)^2 = 7{,}4 \cdot 10^{-3}\, J = 7{,}4\, mJ$$

La energía mecánica del cuerpo es $\mathbf{7,4 \cdot 10^{-3}\, J}$.

La energía potencial se calcula sustituyendo: $x = \frac{A}{2}$

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \left(\frac{A}{2}\right)^2 \xrightarrow{k = m \cdot \omega^2} E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot \frac{A^2}{4} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot (10\pi)^2 \cdot \frac{(0{,}1)^2}{4} = 1{,}85 \cdot 10^{-3}\, J = 1{,}85\, mJ$$

La energía cinética se obtiene a partir de la mecánica y de la potencial.

$$E_m = E_p + E_c \longrightarrow E_c = E_m - E_p = 7{,}4 \cdot 10^{-3} - 1{,}85 \cdot 10^{-3} = 5{,}55 \cdot 10^{-3}\, J = 5{,}55\, mJ$$

La energía potencial es $\mathbf{1,85 \cdot 10^{-3}\, J}$ y la energía cinética es $\mathbf{5,55 \cdot 10^{-3}\, J}$.


PAU COMUNIDAD VALENCIANA
FÍSICA
Óptica geométrica
Junio 2025 • Problema 5 B

Óptica geométrica

Un objeto de 12 cm de altura se sitúa a 15 cm, a la izquierda, de una lente de 4 dioptrías.

a) Dibuja un esquema de rayos con la posición del objeto, de la lente y de la imagen. Calcula la posición de la imagen y su tamaño. Indica las características de la imagen que se forma.

b) ¿Qué distancia habrá que mover el objeto y en qué sentido, para que la imagen que se forme sea invertida y de tamaño 4 cm?

A partir del enunciado podemos tomar datos (criterio de signo DIN): $s = -15\ cm \quad y = 12\ cm \quad P = 4\ dioptrías$

A partir de la potencia se calcula la distancia focal. $P = \frac{1}{f'} \longrightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{4} = 0{,}25\ m = 25\ cm$

Puesto que $P > 0$, $f' > 0$. Por lo tanto, la lente es convergente. Antes de hacer el diagrama haré los cálculos. Así me será más fácil hacer el diagrama de rayos.

Aplico la ecuación de las lentes delgadas para calcular la distancia de la imagen a la lente.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \longrightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{-15} + \frac{1}{25} = \frac{-2}{75} \longrightarrow s' = \frac{-75}{2} = -37{,}5\ cm$$

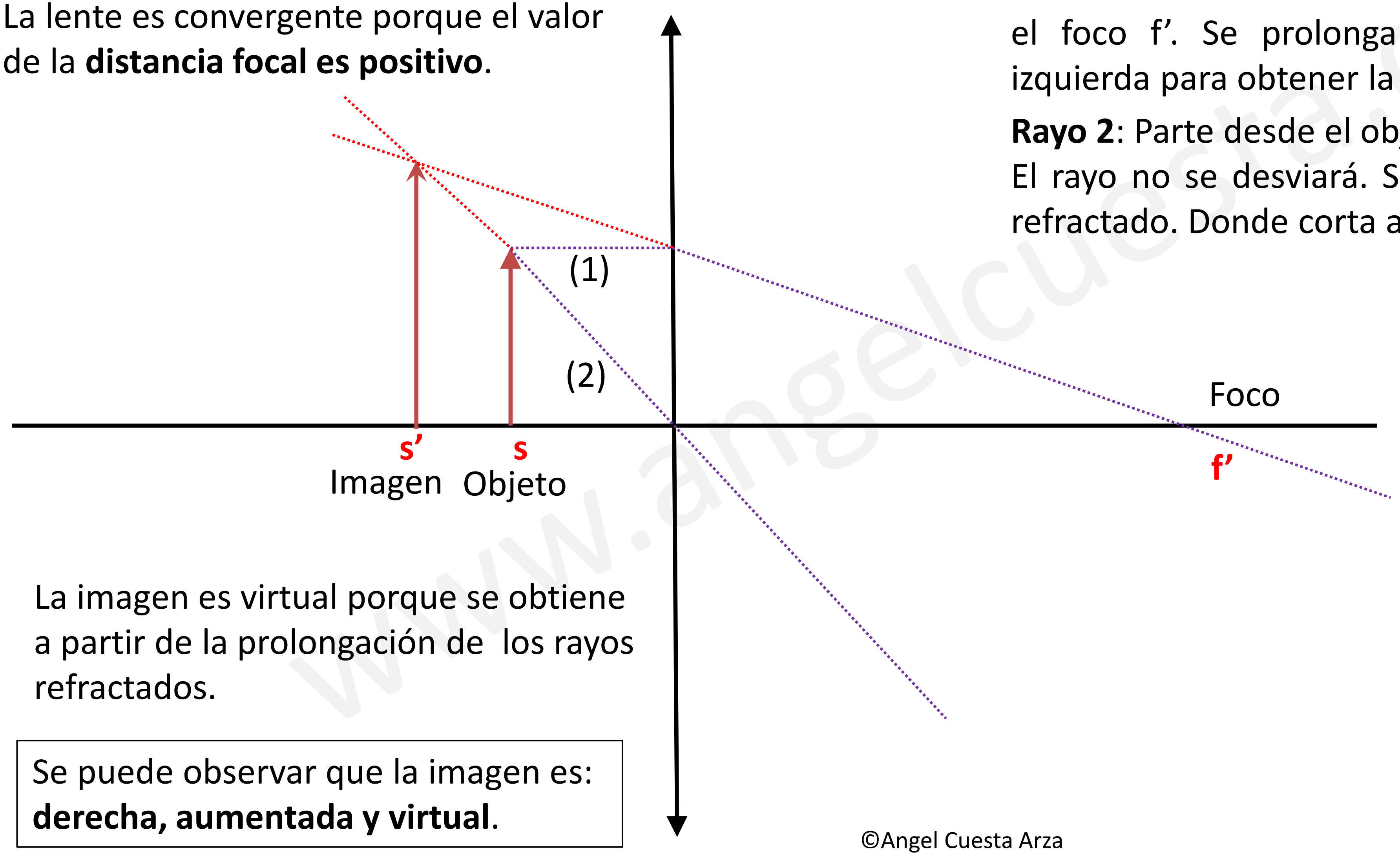
Calculo el tamaño de la imagen. $\frac{s'}{s} = \frac{y'}{y} \longrightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = \frac{-37{,}5 \cdot 12}{-15} = 30\ cm$

La posición de la imagen está a **37,5 cm a la izquierda de la lente** y su tamaño es **30 cm**.

Óptica geométrica

Diagrama de rayos

La lente es convergente porque el valor de la **distancia focal es positivo**.



La imagen es virtual porque se obtiene a partir de la prolongación de los rayos refractados.

Se puede observar que la imagen es: **derecha, aumentada y virtual**.

Rayo 1: Parte desde el objeto paralelo al eje. Al refractarse en la lente se acerca al eje óptico y pasa por el foco f'. Se prolonga el rayo refractado hacia la izquierda para obtener la imagen virtual.

Rayo 2: Parte desde el objeto hacia el centro de la lente. El rayo no se desviará. Se prolonga hacia atrás el rayo refractado. Donde corta al rayo 1, se genera la imagen.

Óptica geométrica

b) ¿Qué distancia habrá que mover el objeto y en qué sentido, para que la imagen que se forme sea invertida y de tamaño 4 cm?

Recordamos los datos y agregamos los nuevos: $y = 12\ cm \quad y' = -4\ cm \quad f' = 25\ cm$

Planteo un sistema de ecuaciones con la ecuación de las lentes delgadas y la ecuación del aumento lateral.

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} = \dfrac{1}{f'} \\ \\ \dfrac{s'}{s} = \dfrac{y'}{y} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} = \dfrac{1}{25} \\ \\ \dfrac{s'}{s} = \dfrac{-4}{12} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} = \dfrac{1}{25} \\ \\ s = -3s' \end{cases}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-3s'} = \frac{1}{25} \longrightarrow \frac{4}{3s'} = \frac{1}{25} \longrightarrow s' = \frac{4 \cdot 25}{3} \approx 33{,}33\ cm \longrightarrow s = -3s' = -3 \cdot 33{,}33 = -100\ cm$$

Dado que inicialmente $s = -15\ cm$; habrá que desplazar el objeto $\mathbf{85\ cm}$ a la izquierda.
Ahora la imagen sería **real, reducida e invertida. (Esto último no se pide).**


PAU COMUNIDAD VALENCIANA
FÍSICA
Desintegración nuclear
Junio 2025 · Cuestión 6A

FÍSICA NUCLEAR

El $^{218}_{84}Po$ se desintegra con un periodo de semidesintegración de 183 s, emitiendo partículas alfa y se transforma en un isótopo del plomo, $^{b}_{a}Pb$. Determina razonadamente los números másico y atómico del isótopo del plomo. En un cierto instante, en una muestra se determina que hay 1,0 mg de polonio–218, calcula la masa de polonio–218 que había diez minutos antes.

Solución:

Las partículas se conservan. Se recuerda que una partícula alfa tiene dos protones y dos neutrones.

$$^{218}_{84}Po \rightarrow {}^{b}_{a}Pb + {}^{4}_{2}\alpha \longrightarrow \begin{cases} 218 = b + 4 \\ 84 = a + 2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} b = 214 \\ a = 82 \end{cases}$$

El número atómico del isótopo de plomo es $\boldsymbol{Z = 82}$ y su número másico es $\boldsymbol{A = 214}$.

La ley de desintegración radiactiva en función de la masa establece que: $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \longrightarrow m_0 = \dfrac{m}{e^{-\lambda \cdot t}}$

Se calcula la constante de desintegración: $\lambda = \dfrac{Ln(2)}{T_{1/2}} = \dfrac{Ln(2)}{183} = 3{,}79 \cdot 10^{-3}\ s^{-1}$

Se calcula la masa que había inicialmente: $m_0 = \dfrac{m}{e^{-\lambda \cdot t}} = \dfrac{1{,}0\ mg}{e^{-3{,}79 \cdot 10^{-3} \cdot 600}} = 9{,}7\ mg$

10 minutos antes había **9,7 mg** de polonio–218.

Ojo: 10 minutos son 600 segundos.

BONUS

Deducción de la ecuación de desintegración radiactiva.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$$

La variación del número de núcleos radiactivos con el tiempo es proporcional al número de núcleos radiactivos. Es negativa porque el número de núcleos disminuye con el tiempo.

La ecuación que hemos escrito arriba es una ecuación diferencial. Para poder resolverla, debemos integrarla.

Condiciones iniciales: $t = 0;\ \ N = N_0$

Separo las variables: $dN = -\lambda \cdot N\, dt \longrightarrow \dfrac{dN}{N} = -\lambda\, dt$

Ahora ya podemos integrar, definiendo los límites de integración con las condiciones iniciales.

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = \int_0^t -\lambda\, dt \longrightarrow [Ln(N)]_{N_0}^{N} = -\lambda \cdot [t]_0^t \longrightarrow Ln(N) - Ln(N_0) = -\lambda \cdot (t-0)$$

$$Ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda \cdot t \longrightarrow \left(\frac{N}{N_0}\right) = e^{-\lambda \cdot t} \longrightarrow \boxed{N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$$

Que es la ley que queríamos obtener.


PAU COMUNIDAD VALENCIANA
FÍSICA
Relatividad
Junio 2025 · Cuestión 6B

TEORÍA DE LA RELATIVIDAD

Una nave espacial viaja con velocidad v=2,1·10^8 m/s desde la Tierra hasta la estrella de Barnard, situada a una distancia d=5,98 años luz. Se mide la duración del viaje en la Tierra y en la nave, ¿en cuál de estos dos sistemas de referencia inerciales se mide el tiempo propio? ¿Qué duración tiene el viaje en cada uno de estos dos sistemas? Razona las respuestas.

Dato: velocidad de la luz en el vacío, c=3·10^8 m/s

Solución: Se calcula en primer lugar la duración del viaje cuando se mide el tiempo desde la Tierra.

$$v = \frac{e}{t} \longrightarrow t = \frac{e}{v} = \frac{5{,}98 \cdot c}{2{,}1 \cdot 10^8} = \frac{5{,}98 \cdot 3 \cdot 10^8}{2{,}1 \cdot 10^8} = 8{,}54\ años$$

Recuerda que cuando nos dan distancias en años luz, basta con multiplicar por c para obtener el espacio.

Se calcula ahora el tiempo que mide un observador que viaja en la nave. **Este será el tiempo propio,** ya que el tiempo propio es el medido por un reloj que está en el punto de partida y en el punto de llegada.

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_p \longrightarrow \Delta t_p = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{\Delta t}{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}} = \frac{8{,}54}{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(2{,}1 \cdot 10^8)^2}{(3 \cdot 10^8)^2}}}} = \frac{8{,}54}{\frac{1}{\sqrt{0{,}51}}} = \frac{8{,}54}{1{,}4} = 6{,}1\ años$$

El tiempo medido desde la Tierra será **8,54 años** y el tiempo medido desde la nave será **6,1 años**.