El problema del día

Selectividad C. Valenciana

FÍSICA

Opción B, PROBLEMA 1

Junio 2019

CAMPO GRAVITATORIO

El enunciado

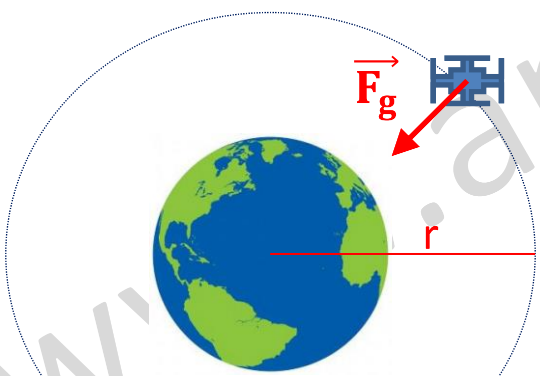
Un satélite artificial de la Tierra tiene una velocidad de 4’2 Km/s en una determinada órbita circular. Calcula:

a) Las expresiones del radio de la órbita y del periodo del movimiento, así como sus valores numéricos.

b) La velocidad con la que debe lanzarse el satélite desde la superficie terrestre para situarlo en dicha órbita.

Datos: constante de gravitación universal, $G=6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/Kg^2$; masa de la Tierra, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg; radio de la Tierra, $R_T=6400$ km.

Solución: La única fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitatoria.



Fuente: Wikipedia

Puesto que el movimiento del satélite es circular uniforme, según el segundo principio de la dinámica de Newton, podemos escribir:

$$F_g = m \cdot a_c \longrightarrow \frac{G \cdot M_T \cdot \cancel{m}}{r^2} = \frac{\cancel{m} \cdot v^2}{r}$$

Simplificando:

$$\frac{G \cdot M_T}{r} = v^2 \longrightarrow \boxed{\frac{G \cdot M_T}{v^2} = r}$$

Que es lo primero que piden.

Para relacionar el período con r, podemos escribir:

$$\boxed{\frac{G \cdot M_T}{v^2} = r}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$ Puesto que es un Movimiento circular uniforme

Despejando: $\boxed{T = \frac{2\pi r}{v}}$

$$\boxed{T = \frac{2\pi r}{v}}$$

Una vez deducidas las fórmulas, sustituimos los datos para obtener los valores pedidos.

$$r = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4200^2} = \boxed{2'269 \cdot 10^7\ m}$$

El radio de la órbita será de $2'269 \cdot 10^7\ m$

$$T = \frac{2\pi \cdot 2'269 \cdot 10^7}{4200} = \boxed{33940\ s}$$

El período de la órbita será de 33940 s

$$v = 4'2 \frac{km}{s} \cdot \frac{1000\ m}{1\ km} = 4200 \frac{m}{s}$$

Datos: constante de gravitación universal, G=6,67 · 10^{-11} Nm^2/Kg^2; masa de la Tierra, M_T= 6 · 10^{24} kg; radio de la Tierra, R_T=6400 km.

b) La velocidad con la que debe lanzarse el satélite desde la superficie terrestre para situarlo en dicha órbita.

Al ser el campo gravitatorio un campo conservativo

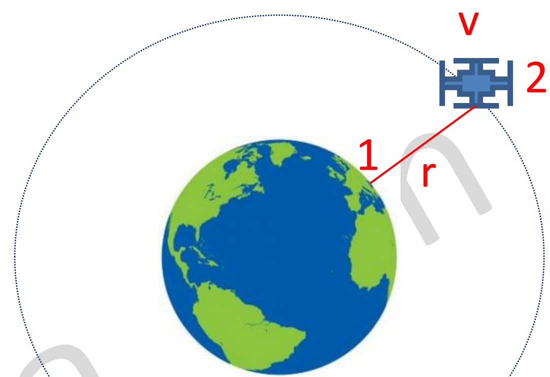
Aplico el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{m1} = E_{m2} \longrightarrow E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

Sustituimos las expresiones las energías cinética y potencial:

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2 - \frac{GM\cancel{m}}{R_T} = \frac{1}{2}\cancel{m}v_2^2 - \frac{GM\cancel{m}}{r}$$

Se simplifica la masa del satélite, pues está en todos los términos:



Fuente: Wikipedia

$$\frac{1}{2}v_1^2 - \frac{GM}{R_T} = \frac{1}{2}v_2^2 - \frac{GM}{r} \longrightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{1}{2}v_2^2 - \frac{GM}{r} + \frac{GM}{R_T}$$

$$v_1 = \sqrt{2\cdot\left(\frac{1}{2}v_2^2 - \frac{GM}{r} + \frac{GM}{R_T}\right)} \longrightarrow v_1 = \sqrt{2\cdot\left(\frac{1}{2}4200^2 - \frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{2'269\cdot 10^7\ m} + \frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{6'4\cdot 10^6\ m}\right)}$$

$$\boxed{v_1 = 10365\ m/s}$$

La velocidad de lanzamiento deberá ser 10365 m/s.

$$v = 4'2\frac{km}{s}\cdot\frac{1000\ m}{1\ km} = 4200\frac{m}{s}$$

Datos: constante de gravitación universal, G=6,67 · 10^{-11} Nm^2/Kg^2; masa de la Tierra, M_T= 6 · 10^{24} kg; radio de la Tierra, R_T=6400 km= $6'4\cdot 10^6\ m$.