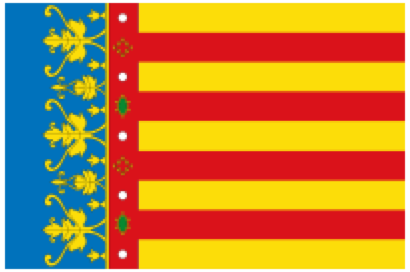
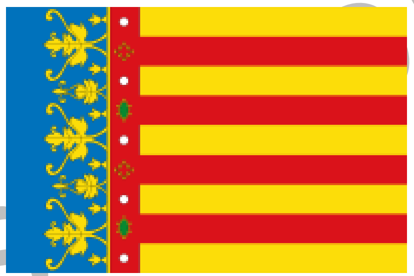
Selectividad Comunidad Valenciana



Física



Problema 4
Julio 2020

ADVERTENCIA

- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Revisa mi página web: www.angelcuesta.com
En ella encontrarás muchos ejercicios resueltos.

Física del Siglo XX

El ^{222}Rn (radón 222) es un gas radiactivo natural presente en el aire de los espacios cerrados. Se realizan medidas para determinar la masa y la actividad de dicho gas.

a) Determina la actividad en becquerel de un cierto volumen de aire si la masa de ^{222}Rn que se mide es de 0,02 pg.

b) La actividad medida en otro volumen de aire es de 228 Bq. Si dicho volumen se aísla, y se vuelve a medir al cabo de 11,4 días ¿Cuánta actividad, debida al ^{222}Rn, se tendrá? ¿Cuánto valdrá la masa de ^{222}Rn correspondiente?

Datos: masa de un átomo de ^{222}Rn, $3{,}7\cdot10^{-25}$ kg; periodo de semidesintegración del ^{222}Rn, 3,8 días

Solución:

El período de semidesintegración $T_{1/2}$ es el tiempo que transcurre hasta que el 50% de los núcleos radiactivos de la muestra se desintegra.

A partir de la ley de desintegración radiactiva se puede deducir la relación entre $T_{1/2}$ y λ (constante de desintegración radiactiva).

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \xrightarrow[t\,=\,T_{1/2}]{N\,=\,\frac{N_0}{2}} \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}} \longrightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$Ln\left(\frac{1}{2}\right) = Ln\left(e^{-\lambda T_{1/2}}\right) \longrightarrow Ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda \cdot T_{1/2} \longrightarrow -Ln(2) = -\lambda \cdot T_{1/2}$$

Física del Siglo XX

Revisa mi página web: www.angelcuesta.com
En ella encontrarás muchos ejercicios resueltos.

$$-Ln(2) = -\lambda \cdot T_{1/2} \longrightarrow \boxed{\lambda = \frac{Ln(2)}{T_{1/2}}}$$

Expreso el período de semidesintegración en segundos: $T_{1/2} = 3'8\ días \cdot \frac{86400\ s}{1\ día} = 328320\ s$

Y sustituyo en la fórmula deducida anteriormente: $\boxed{\lambda = \frac{Ln(2)}{328320} = 2'111 \cdot 10^{-6}\ s^{-1}}$

La actividad de una muestra nos indica el número de desintegraciones por segundo.

Por ello podemos expresarla como : $\boxed{A = \lambda \cdot N}$

Debo calcular el número de núcleos radiactivos que hay en la muestra de 0'02 picogramos.

$$0{,}02\ \cancel{pg\ ^{222}Rn} \cdot \frac{1\ \cancel{kg\ ^{222}Rn}}{10^{15}\ \cancel{pg\ ^{222}Rn}} \cdot \frac{1\ átomo\ ^{222}Rn}{3{,}7 \cdot 10^{-25}\ \cancel{kg\ ^{222}Rn}} = 5'405 \cdot 10^{7} \text{ átomos de } ^{222}Rn$$

La actividad será: $A = \lambda \cdot N$

$$A = 2'111 \cdot 10^{-6} \cdot 5'405 \cdot 10^{7} = 114'1\ Bq$$

La actividad de la muestra será 114'1 Bq.

Física del Siglo XX

b) La actividad medida en otro volumen de aire es de 228 Bq. Si dicho volumen se aísla, y se vuelve a medir al cabo de 11,4 días ¿Cuánta actividad, debida al ^{222}Rn, se tendrá? ¿Cuánto valdrá la masa de ^{222}Rn correspondiente?

Datos: masa de un átomo de ^{222}Rn, $3{,}7\cdot10^{-25}$ kg; periodo de semidesintegración del ^{222}Rn, 3,8 días

Nos dan ahora como dato la actividad inicial, A_0=228 Bq.

Y sabemos del apartado anterior que: $\lambda = 2'111 \cdot 10^{-6}\ s^{-1}$

La ley de desintegración radiactiva expresada en términos de actividad es: $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

El tiempo son 11'4 días que expresado en segundos son: $t = 11'4\ \cancel{días} \cdot \dfrac{86400\ s}{1\ \cancel{día}} = 984960\ s$

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \longrightarrow A = 228 \cdot e^{-2'111\cdot10^{-6}\cdot984960} \longrightarrow \boxed{A = 28'5\ \text{Bq}}$$

La actividad que se medirá a los 11'4 días será **28'5 Bq**.

Se calcula el número de átomos de radón que hay en la muestra: $A = \lambda \cdot N \longrightarrow 28'5 = 2'111 \cdot 10^{-6} \cdot N$

Despejando: $N = 1'35 \cdot 10^{7}\ átomos\ de\ radón.$ Ahora calculo la masa que tienen esos átomos:

$$1'35 \cdot 10^{7}\ \cancel{átomos\ ^{222}\text{Rn}} \cdot \frac{3{,}7\cdot10^{-25}\ \text{kg}\ ^{222}\text{Rn}}{1\ \cancel{átomo\ ^{222}\text{Rn}}} = \boxed{5 \cdot 10^{-18}\ kg\ de\ radón.}$$

BONUS

Deducción de la ecuación de desintegración radiactiva.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$$

La variación del número de núcleos radiactivos con el tiempo es proporcional al número de núcleos radiactivos. Es negativa porque el número de núcleos disminuye con el tiempo.

La ecuación que hemos escrito arriba, es una ecuación diferencial. Para poder resolverla, debemos integrarla.

Condiciones iniciales: $t = 0;\ \ N = N_0$

Separo las variables: $dN = -\lambda \cdot N\, dt \longrightarrow \dfrac{dN}{N} = -\lambda\, dt$

Ahora ya podemos integrar, definiendo los límites de integración con las condiciones iniciales.

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = \int_0^t -\lambda\, dt \longrightarrow [Ln(N)]_{N_0}^{N} = -\lambda \cdot [t]_0^t \longrightarrow Ln(N) - Ln(N_0) = -\lambda \cdot (t-0)$$

$$Ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda \cdot t \longrightarrow \left(\frac{N}{N_0}\right) = e^{-\lambda \cdot t} \longrightarrow \boxed{N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$$

Que es la ley que queríamos obtener.