



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

PROBLEMA 1B

JULIO 2025

Campo gravitatorio



CAMPO GRAVITATORIO

Un nanosatélite artificial, de masa 1 kg, gira alrededor de la Tierra describiendo una órbita elíptica. Sabiendo que la Tierra está situada en uno de los focos de la elipse y que en el punto de la órbita más lejano (apogeo) el módulo del momento angular del nanosatélite vale $5,6 \cdot 10^{10} \text{ kg m}^2/\text{s}$:

a) Calcula razonadamente el módulo de su velocidad en dicho punto. En el punto de la órbita más cercano a la Tierra (perigeo). ¿la velocidad es mayor o menor que en el apogeo? Justifica la respuesta.

b) Determina las energías cinética y potencial gravitatoria del satélite en el apogeo, así como la energía mecánica del satélite. Supón que el nanosatélite solo se ve afectado por el campo gravitatorio terrestre.

Datos: distancia del apogeo al centro de la Tierra, $r_a = 7000 \text{ km}$; constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; masa de la Tierra, $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Solución: La definición de momento angular es: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m \cdot \vec{v})$

En un movimiento bajo fuerza central, el momento angular se conserva y, en apogeo/perigeo, $\vec{v} \perp \vec{r}$. Por tanto,

El módulo del momento angular del satélite se calcula con la fórmula: $L_a = r_a \cdot m \cdot v_a \longrightarrow v_a = \frac{L_a}{r_a \cdot m}$

Se expresa la distancia del apogeo al centro de la Tierra en unidades del sistema internacional. $r_a = 7000 \text{ km} = 7 \cdot 10^6 \text{ m}$

Se sustituyen los datos y se calcula la velocidad pedida. $v_a = \frac{5,6 \cdot 10^{10}}{7 \cdot 10^6 \cdot 1} = 8000 \text{ m/s}$

El módulo de la velocidad del nanosatélite artificial en el apogeo es **8000 m/s**.

CAMPO GRAVITATORIO

a) Calcula razonadamente el módulo de su velocidad en dicho punto. **En el punto de la órbita más cercano a la Tierra (perigeo). ¿la velocidad es mayor o menor que en el apogeo? Justifica la respuesta.**

Dado que el módulo del momento angular del satélite es igual a: $v = \frac{L}{r \cdot m}$

Teniendo en cuenta que el momento angular se conserva y la masa no varía, es fácil comprobar que, a mayor valor de r , menor valor de la velocidad. Por ello, podemos afirmar que la velocidad es mayor en el perigeo que en el apogeo. Para que no quede duda, se demuestra de forma matemática.

$$r_p < r_a \longrightarrow \frac{1}{r_p} > \frac{1}{r_a} \longrightarrow \frac{1}{r_p \cdot m} > \frac{1}{r_a \cdot m} \longrightarrow \frac{L}{r_p \cdot m} > \frac{L}{r_a \cdot m} \longrightarrow v_p > v_a$$

Con lo que queda demostrado que **la velocidad en el perigeo es mayor que en el apogeo.**

CAMPO GRAVITATORIO

b) Determina las energías cinética y potencial gravitatoria del satélite en el apogeo, así como la energía mecánica del satélite. Supón que el nanosatélite solo se ve afectado por el campo gravitatorio terrestre.

Datos: distancia del apogeo al centro de la Tierra, $r_a=7000$ km ; constante de gravitación universal, $G=6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻² ; masa de la Tierra, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg

Calculo el valor de la energía cinética del satélite en el apogeo. $E_c(\text{apogeo}) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_a^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8000^2 = 3,2 \cdot 10^7$ J

Calculo el valor de la energía potencial gravitatoria del satélite en el apogeo.

$$E_p(\text{apogeo}) = -\frac{G \cdot M_T \cdot m}{r_a} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 1}{7 \cdot 10^6} = -5,72 \cdot 10^7$$

Calculo el valor de la energía mecánica del satélite en el apogeo.

$$E_m(\text{apogeo}) = E_c(\text{apogeo}) + E_p(\text{apogeo}) = 3,2 \cdot 10^7 - 5,72 \cdot 10^7 = -2,52 \cdot 10^7$$

La energía cinética del satélite en el apogeo es $3,2 \cdot 10^7$ J, la energía potencial es $-5,72 \cdot 10^7$ J y la energía mecánica es $-2,52 \cdot 10^7$ J.