PAU COMUNIDAD VALENCIANA

FÍSICA

PROBLEMA 1A

JULIO 2025

Campo gravitatorio

CAMPO GRAVITATORIO

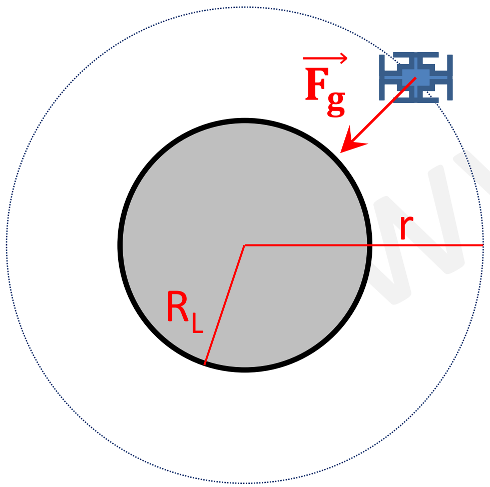
En el año 1969 el módulo de mando Columbia de la misión Apolo 11, tripulada por el astronauta Michael Collins, orbitaba con trayectoria circular, a 100 km de altura sobre la superficie de la Luna y con un periodo de 118 minutos. Mientras, Neil Armstrong y Edwin Aldrin, los otros dos tripulantes, caminaban sobre la Luna. Determina razonadamente:

a) La expresión para calcular la masa de la Luna y obtén su valor. Determina la velocidad de escape desde la superficie lunar.

b) La velocidad con la que el módulo de aterrizaje Eagle, tripulado por Aldrin y Armstrong, debe despegar de la superficie lunar para llegar a la órbita del módulo Columbia y con la misma velocidad a la que orbita el Columbia.

Datos: constante de gravitación universal, G = $6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; radio de la Luna, $R_L = 1{,}74\cdot10^3\ km$

Solución: La única fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitatoria.



Puesto que el movimiento del satélite es circular uniforme, según el segundo principio de la dinámica de Newton, podemos escribir:

$$F_g = m\cdot a_c \longrightarrow \frac{G\cdot M_L\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{m}\cdot v^2}{\cancel{r}} \longrightarrow M_L = \frac{v^2\cdot r}{G}$$

Debo expresar la masa de la Luna en función del período orbital. Se hace en la siguiente diapositiva.

CAMPO GRAVITATORIO

a) La expresión para calcular la masa de la Luna y obtén su valor. Determina la velocidad de escape desde la superficie lunar.

Datos: constante de gravitación universal, G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2} ; radio de la Luna, $R_L = 1{,}74 \cdot 10^3\ km$

$$M_L = \frac{v^2 \cdot r}{G} \xrightarrow{v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}} M_L = \frac{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}\right)^2 \cdot r}{G} \longrightarrow M_L = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2} = \boxed{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (R_L + h)^3}{G \cdot T^2}}$$

Se sustituyen los datos del enunciado y se obtiene la masa de la Luna. Se expresan en unidades del sistema internacional.

$$R_L = 1{,}74 \cdot 10^3\ km = 1{,}74 \cdot 10^6\ m \qquad h = 100\ km = 10^5\ m \qquad T = 118\ min \cdot 60\ \frac{s}{min} = 7080\ s$$

$$M_L = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (1{,}74 \cdot 10^6 + 10^5)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 7080^2} = 7{,}36 \cdot 10^{22}\ kg$$

La masa de la Luna es $\mathbf{7,36 \cdot 10^{22}\ kg}$.

a) La expresión para calcular la masa de la Luna y obtén su valor. Determina la velocidad de escape desde la superficie lunar.

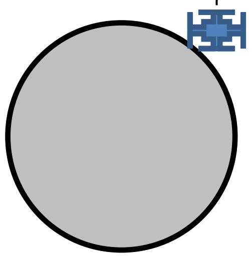
Datos: constante de gravitación universal, G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2} ; radio de la Luna, $R_L = 1{,}74 \cdot 10^3\ km$

La velocidad de escape es la mínima velocidad que debe tener un objeto para que escape del campo gravitatorio, es decir, para que llegue al "infinito" con una velocidad de 0 m/s.

Cuando un objeto está en reposo en la superficie de un planeta, para que pueda escapar del campo gravitatorio hay que comunicarle energía. Al comunicarle energía, de una forma o de otra, esta se transformará en energía cinética. Si esa energía cinética es lo suficientemente grande, el objeto escapará del campo gravitatorio.

$E_c(\infty) = 0\ J$
$E_p(\infty) = 0\ J$

$E_c(esc)$
$E_P(R_L)$



Puesto que el campo gravitatorio es conservativo y no hay más fuerzas que la gravitatoria actuando, la energía mecánica se conserva.

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0 \longrightarrow E_p(R_L) + E_c(Esc) = E_p(\infty) + E_c(\infty) \longrightarrow -G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{esc}^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{esc}^2 = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L} \longrightarrow \frac{1}{2} \cdot v_{esc}^2 = G \cdot \frac{M_L}{R_L} \longrightarrow v_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_L}{R_L}}$$

a) La expresión para calcular la masa de la Luna y obtén su valor. Determina la velocidad de escape desde la superficie lunar.

Datos: constante de gravitación universal, G = $6,67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; radio de la Luna, $R_L = 1,74 \cdot 10^3\ km$

Se sustituyen los datos del enunciado. Se expresan en unidades del sistema internacional.

$$R_L = 1,74 \cdot 10^3\ km = 1,74 \cdot 10^6\ m \qquad M_L = 7,36 \cdot 10^{22}\ kg$$

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,36 \cdot 10^{22}}{1,74 \cdot 10^6}} = 2,38 \cdot 10^3\ m/s = 2,38\ km/s$$

La velocidad de escape desde la superficie de la Luna es: $\mathbf{2,38\ km/s}$.

CAMPO GRAVITATORIO

b) La velocidad con la que el módulo de aterrizaje Eagle, tripulado por Aldrin y Armstrong, debe despegar de la superficie lunar para llegar a la órbita del módulo Columbia y con la misma velocidad a la que orbita el Columbia.

Datos: constante de gravitación universal, G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2} ; radio de la Luna, $R_L = 1{,}74 \cdot 10^3\ km$

La velocidad de satelización es la velocidad que debe tener un objeto para colocarlo en órbita a una cierta altura.

Cuando un objeto está en reposo en la superficie de un planeta, para colocarlo en órbita hay que comunicarle energía. Al comunicarle energía, de una forma o de otra, esta se transformará en energía cinética. Si esa energía cinética es la necesaria, el objeto establecerá una órbita a cierta altura.

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0 \longrightarrow E_p(R_L) + E_c(sat) = E_p(\mathrm{r}) + E_c(\mathrm{r}) \longrightarrow -G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{sat}^2 = -G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L + h} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{orb}^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_{sat}^2 = \frac{G \cdot M_L \cdot \cancel{m}}{R_L} - \frac{G \cdot M_L \cdot \cancel{m}}{R_L + h} + \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot \left(\sqrt{\frac{G \cdot M_L}{R_L + h}}\right)^2 \longrightarrow \frac{1}{2} \cdot v_{sat}^2 = \frac{G \cdot M_L}{R_L} - \frac{G \cdot M_L}{R_L + h} + \frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot M_L}{R_L + h}$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_{sat}^2 = \frac{G \cdot M_L}{R_L} - \frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot M_L}{R_L + h} \longrightarrow v_{sat} = \sqrt{2 \cdot G \cdot M_L \cdot \left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R_L + h}\right)}$$

CAMPO GRAVITATORIO

b) La velocidad con la que el módulo de aterrizaje Eagle, tripulado por Aldrin y Armstrong, debe despegar de la superficie lunar para llegar a la órbita del módulo Columbia y con la misma velocidad a la que orbita el Columbia.

Datos: constante de gravitación universal, G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2} ; radio de la Luna, $R_L = 1{,}74 \cdot 10^3\ km$

Se sustituyen los datos del enunciado. Se expresan en unidades del sistema internacional.

$$R_L = 1{,}74 \cdot 10^3\ km = 1{,}74 \cdot 10^6\ m \qquad M_L = 7{,}36 \cdot 10^{22}\ kg \qquad h = 100\ km = 10^5\ m$$

$$v_{sat} = \sqrt{2 \cdot G \cdot M_L \cdot \left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R_L + h}\right)} = \sqrt{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 7{,}36 \cdot 10^{22} \cdot \left(\frac{1}{1{,}74 \cdot 10^6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1{,}74 \cdot 10^6 + 10^5}\right)}$$

$$v_{sat} = 1{,}72 \cdot 10^3\ m/s = 1{,}72\ km/s$$

La velocidad de satelización es: $\mathbf{1{,}72\ km/s.}$