



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

CUESTIÓN 5A

JULIO 2025

Movimiento armónico simple



Movimiento armónico simple

En la figura adjunta se representa la posición de una partícula de masa 1 kg que describe un movimiento armónico simple sobre el eje x . Obtén razonadamente la frecuencia angular, la energía mecánica de la partícula y su velocidad en el instante $t = 2 \text{ s}$.

Solución:

De la gráfica podemos deducir que: $A = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$ $T = 2 \text{ s}$

La frecuencia angular y el período se relacionan mediante una fórmula: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$

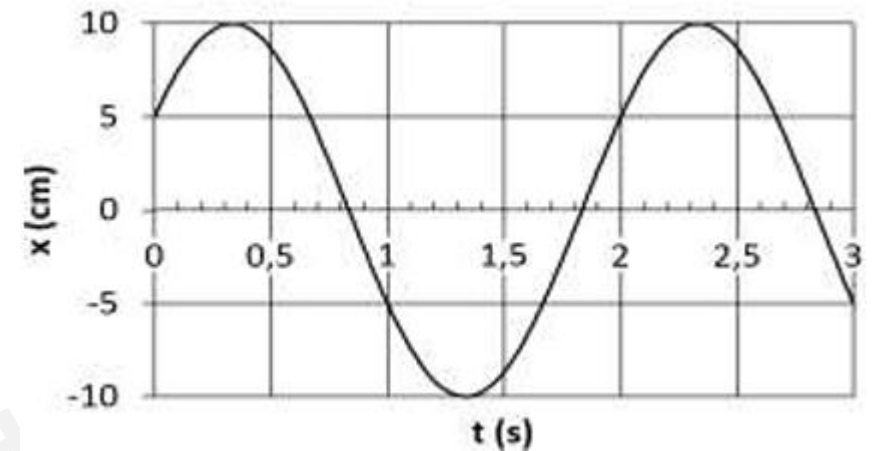
La energía mecánica es: $E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \pi^2 \cdot (0,10)^2 = 0,049 \text{ J}$

Se puede utilizar la fórmula que relaciona la velocidad con la posición de la partícula.

$$v = \pm \omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2} = \pm \pi \cdot \sqrt{(0,10)^2 - (0,05)^2} = \pm 0,27 \text{ m/s}$$

En la gráfica se observa que la pendiente en $t = 2$ de la curva es positiva. Dicha pendiente está asociada a la velocidad, por lo que la velocidad debe ser positiva. $v = 0,27 \text{ m/s}$

La frecuencia angular es $\omega = \pi \text{ rad/s}$, la energía mecánica es $E_m = 0,049 \text{ J}$ y la velocidad de la partícula a los dos segundos es $v = 0,27 \text{ m/s}$.



Movimiento armónico simple (BONUS)

Al ser la pregunta una cuestión, es conveniente deducir las fórmulas utilizadas. Por ello, voy a deducirlas ahora.

La ecuación de una partícula que describe un MAS puede escribirse como: $x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$

La velocidad de una partícula que describe un MAS es: $v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot \text{cos}(\omega \cdot t + \varphi_0)$

Se despejan el seno y el coseno de las ecuaciones: $\text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{x}{A}$ $\text{cos}(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{v}{A \cdot \omega}$

A partir de la igualdad trigonométrica: $\text{sen}^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \text{cos}^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = 1 \longrightarrow \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{A \cdot \omega}\right)^2 = 1$

$$\frac{x^2 \cdot \omega^2}{A^2 \cdot \omega^2} + \frac{v^2}{A^2 \cdot \omega^2} = \frac{A^2 \cdot \omega^2}{A^2 \cdot \omega^2} \longrightarrow x^2 \cdot \omega^2 + v^2 = A^2 \cdot \omega^2 \longrightarrow v^2 = A^2 \cdot \omega^2 - x^2 \cdot \omega^2 \longrightarrow \boxed{v = \pm \sqrt{\omega^2 \cdot (A^2 - x^2)}}$$

Que es la fórmula que queremos demostrar.

Movimiento armónico simple (BONUS)

Se calcula ahora la fórmula que nos proporciona el valor de la energía mecánica.

$$v = \pm\sqrt{\omega^2 \cdot (A^2 - x^2)}$$

La velocidad máxima, y por lo tanto la energía cinética máxima se alcanza en $x = 0$, por lo tanto, la velocidad máxima será:

$$v_{max} = \pm\sqrt{\omega^2 \cdot (A^2 - 0^2)} = \pm\omega \cdot A$$

Dado que la energía mecánica es constante, podemos decir que es igual a la energía cinética máxima.

$$E_m = E_{c,max} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{max})^2$$

$$E_m = E_{c,max} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\pm\omega \cdot A)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

Que es la fórmula que queríamos demostrar.