PAU - COMUNIDAD VALENCIANA

FÍSICA

PROBLEMA 5B

JULIO 2025 EXTRA DANA

Movimiento armónico simple

OPCIÓN B

Un cuerpo de masa $m = 50\ \mathrm{kg}$ se encuentra sujeto a un muelle de constante elástica k. Se empuja el cuerpo comprimiendo el muelle. Al dejar de empujar, el sistema se pone a vibrar con movimiento armónico simple de frecuencia $\frac{1}{\pi}\ \mathrm{Hz}$ y una aceleración máxima de $2{,}0\ \mathrm{m/s^2}$. Calcula:

a) La amplitud de la oscilación y la fase inicial. Escribe, utilizando la función coseno, la ecuación del movimiento del cuerpo, $x(t)$. Obtén la expresión de la velocidad del cuerpo en función del tiempo ¿Cuál es el valor absoluto de la velocidad máxima de vibración? (1 punto)

b) El valor de la constante elástica del muelle ¿Cuál sería la energía potencial elástica máxima, la energía cinética máxima y la energía mecánica de dicha masa? No se consideran rozamientos (1 punto)

Solución: Se toman datos del enunciado: $m = 50\ kg \quad f = \frac{1}{\pi}\ Hz \qquad a_{max} = 2\ m/s^2$

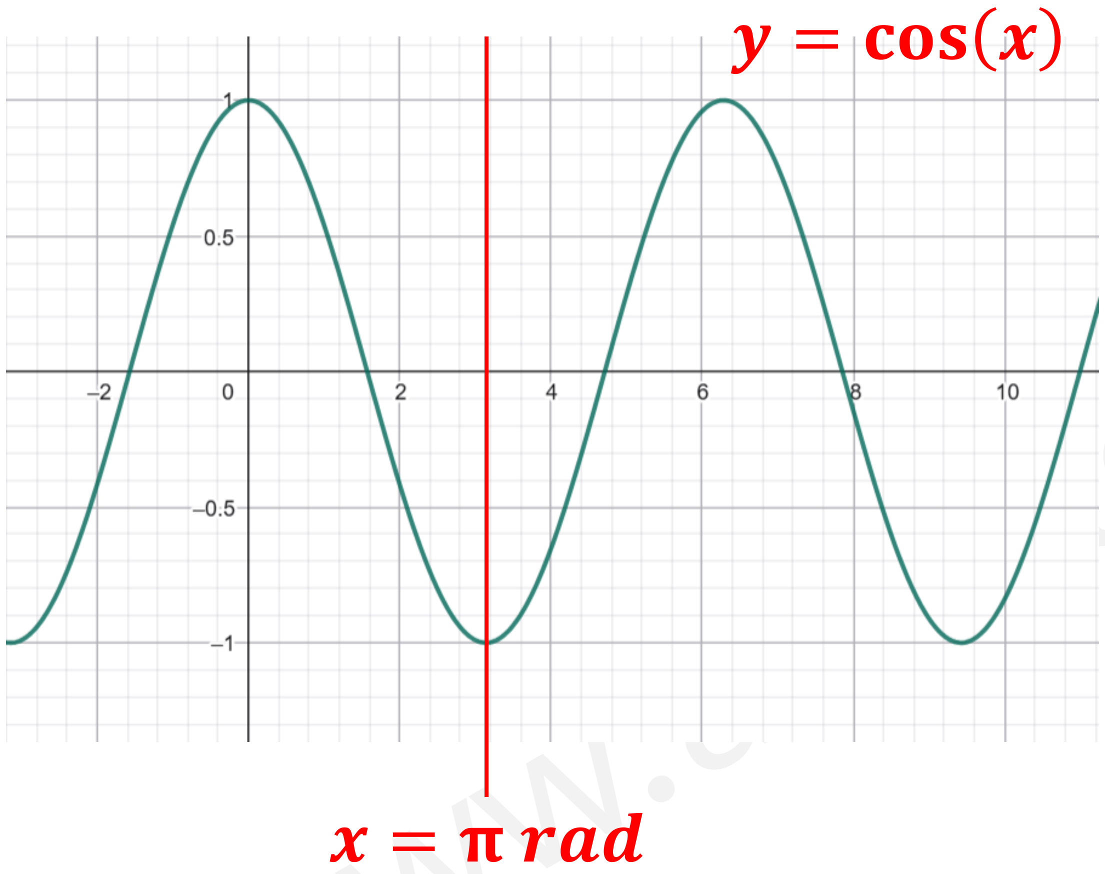
A partir de la frecuencia se calcula el período: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1/\pi} = \pi\ s$

Se calcula la frecuencia angular: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ rad/s$

Se calcula la amplitud: $a_{max} = A \cdot \omega^2 \longrightarrow A = \frac{a_{max}}{\omega^2} = \frac{2}{2^2} = 0{,}5\ m$

Para calcular la fase inicial, debemos fijar un criterio de signos y tener en cuenta que se va a utilizar la función coseno para definir la ecuación del movimiento del cuerpo.

Se representa la función $y = \cos(x)$ con fines pedagógicos para explicar con detalle como deducir el valor del desfase inicial. Más adelante explicaré como obtener dicho valor de forma analítica.



Se observa que para $x = 0$, la función toma el valor máximo, $y = 1$. De modo que, si se define como positivo el valor de la compresión, podemos afirmar que la fase inicial que debemos poner es $\boldsymbol{\theta_0 = 0\, rad}$

Si supusiéramos que $y = -1$ en el instante inicial (tomando el criterio de signos contrario), la fase inicial sería $\pi\, rad$. Esto es debido a que hay que desplazar el inicio de la curva $\pi\, rad$.

Se hace el cálculo analítico en la siguiente diapositiva y se da solución al apartado.

La ecuación del MAS es: $\boldsymbol{x(t) = A \cdot cos\ (\omega \cdot t + \theta_0)}$

Tomaré el criterio se signos que a mi me parece más natural. Al ser una compresión, considero que $x = -A$ para $t = 0\ s$. Se sustituye en la ecuación del MAS.

$$\boldsymbol{-A = A \cdot cos\ (\omega \cdot 0 + \theta_0)} \longrightarrow -1 = \boldsymbol{cos\ (\theta_0)} \longrightarrow \boldsymbol{\theta_0} = \pi\ rad$$

Si supusiéramos que $x = +A$ en el instante inicial (tomando el criterio de signos contrario), la fase inicial sería $0\ rad$. Lo comprobamos. Esto se hace con fines pedagógicos, ya que el apartado lo resolveré con el criterio de signos propuesto inicialmente.

$$\boldsymbol{A = A \cdot cos\ (\omega \cdot 0 + \theta_0)} \longrightarrow 1 = \boldsymbol{cos\ (\theta_0)} \longrightarrow \boldsymbol{\theta_0} = 0\ rad$$

La ecuación del objeto que describe el MAS será ($\omega = 2\ rad/s; A = 0{,}5\ m$) $\boldsymbol{x(t) = 0,5 \cdot cos\ (2 \cdot t + \pi)}$

La ecuación de la velocidad se obtiene derivando:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A \cdot \omega \cdot sen\ (\omega \cdot t + \theta_0) \longrightarrow v(t) = -0{,}5 \cdot 2 \cdot sen(2 \cdot t + \pi) = -sen(2 \cdot t + \pi)$$

Puesto que la función seno está acotada entre -1 y 1, el valor máximo que alcanza la velocidad es ± 1 m/s.

La amplitud es $\boldsymbol{0,5\ m}$, la fase inicial es $\boldsymbol{\pi\ rad}$, la expresión de la velocidad es $v(t) = -sen(2 \cdot t + \pi)$ y su velocidad máxima de vibración en valor absoluto es $\boldsymbol{1\ m/s}$.

b) El valor de la constante elástica del muelle ¿Cuál sería la energía potencial elástica máxima, la energía cinética máxima y la energía mecánica de dicha masa? No se consideran rozamientos (1 punto)

La constante elástica del muelle se calcula con la fórmula: $k = m \cdot \omega^2 = 50 \cdot 2^2 = 200\ N/m$

La energía mecánica será igual, tanto a la energía cinética máxima como a la energía potencial máxima, ya que la energía se conserva.

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \xrightarrow{x_{max} = A} E_{p,max} = E_m = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \xrightarrow{k = m \cdot \omega^2} E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = E_{p,max} = E_{c,max}$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 2^2 \cdot 0{,}5^2 = 25\ J$$

El valor de la constante elástica del muelle es **200 N/m** y el valor de la energía mecánica, la energía cinética máxima y el de la energía potencial máxima es **25 J**.