PAU - COMUNIDAD VALENCIANA

FÍSICA

CUESTIÓN 6

JULIO 2025 EXTRA DANA

Física nuclear

El yodo-131, $^{131}_{53}\mathrm{I}$, es un isótopo radiactivo que se usa para realizar gammagrafías, combatir el cáncer y tratar otras enfermedades de la glándula tiroides. Se desintegra, con un periodo de semidesintegración de 8,0 días, según la siguiente reacción, $^{131}_{53}\mathrm{I} \rightarrow {}^{y}_{x}\mathrm{Xe} + \beta^- + {}^{0}_{0}\gamma$. Determina los valores de los números atómico y másico del xenón. Si un paciente recibe un tratamiento con $^{131}_{53}\mathrm{I}$, ¿cuántos días tienen que transcurrir para que la cantidad de $^{131}_{53}\mathrm{I}$ en su cuerpo se reduzca hasta el 15 % del valor inicial? Supón que la desintegración radiactiva sea la única vía de eliminación.

Solución: Las partículas se conservan. Se recuerda que una partícula beta menos tiene $Z = -1$ y $A = 0$.

$$^{131}_{53}I \rightarrow {}^{y}_{x}Xe + \beta^- + {}^{0}_{0}\gamma \longrightarrow \begin{cases} 131 = y + 0 + 0 \\ 53 = x - 1 + 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} y = 131 \\ x = 54 \end{cases}$$

El número atómico del isótopo de xenón es $\boldsymbol{Z = 54}$ y su número másico es $\boldsymbol{A = 131}$.

La ley de desintegración radiactiva establece que: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \longrightarrow 0{,}15 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \longrightarrow 0{,}15 = e^{-\lambda \cdot t}$

Se calcula la constante de desintegración: $\lambda = \dfrac{Ln(2)}{T_{1/2}} = \dfrac{Ln(2)}{8} = 8{,}66 \cdot 10^{-2}\ días^{-1}$

Se calcula el tiempo pedido: $0{,}15 = e^{-\lambda \cdot t} \longrightarrow Ln\ (0{,}15) = -\lambda \cdot t$

$$t = \frac{-Ln\ (0{,}15)}{\lambda} = \frac{-Ln\ (0{,}15)}{8{,}66 \cdot 10^{-2}} \approx 22\ días$$

Deben transcurrir **22 días**.

BONUS

Deducción de la ecuación de desintegración radiactiva.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$$

La variación del número de núcleos radiactivos con el tiempo es proporcional al número de núcleos radiactivos. Es negativa porque el número de núcleos disminuye con el tiempo.

La ecuación que hemos escrito arriba es una ecuación diferencial. Para poder resolverla, debemos integrarla.

Condiciones iniciales: $t = 0;\ \ N = N_0$

Separo las variables: $dN = -\lambda \cdot N\,dt \longrightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda\,dt$

Ahora ya podemos integrar, definiendo los límites de integración con las condiciones iniciales.

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = \int_0^t -\lambda\,dt \longrightarrow [Ln(N)]_{N_0}^{N} = -\lambda \cdot [t]_0^t \longrightarrow Ln(N) - Ln(N_0) = -\lambda \cdot (t - 0)$$

$$Ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda \cdot t \longrightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t} \longrightarrow \boxed{N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$$

Que es la ley que queríamos obtener.