PAU Comunidad Valenciana

FÍSICA
Julio 2024

Problema 3
Ley de Snell

Ley de Snell

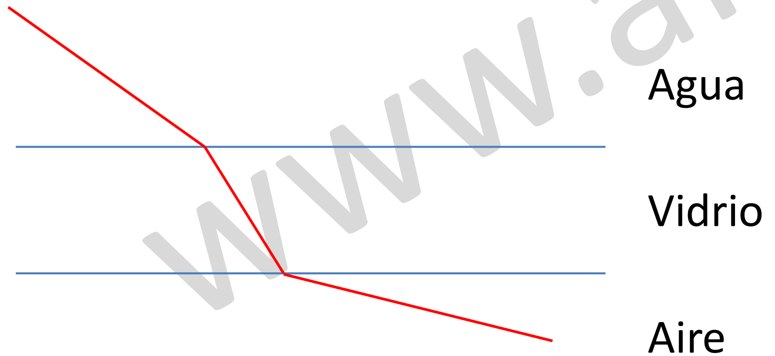
El agua contenida en un depósito está separada del aire por una placa plana horizontal de vidrio, de espesor e=10 cm, estando su cara inferior en contacto con el agua. Un rayo de luz monocromática de frecuencia f=3·10^{14} Hz, procedente de una lámpara situada en el interior del depósito, incide sobre el vidrio con un ángulo θ=45° respecto de la normal a la superficie de la placa. Calcula razonadamente:

a) El ángulo de refracción entre el agua y el vidrio y el ángulo de refracción entre el vidrio y el aire. Representa los rayos en los tres medios.

b) El ángulo de incidencia máximo de entrada del rayo desde el agua a la placa de vidrio, θ_m, para que salga de ésta al aire, así como el tiempo que tarda el rayo en propagarse a través del vidrio cuando incide con este ángulo θ_m. Calcula también la longitud de onda del rayo en el interior de la placa de vidrio.

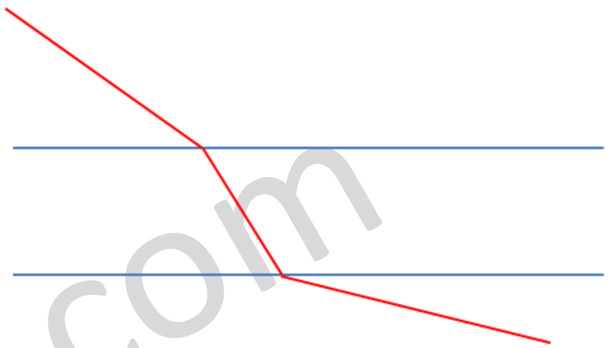
Datos: n_{agua}=1,33; n_{vidrio}=1,62; n_{aire}=1,00; velocidad de la luz en el aire, c=3·10^8 m/s

Solución: Se hace el esquema y después se aplicará la ley de Snell.



Se continúa en la diapositiva siguiente.

Ley de Snell



a) El ángulo de refracción entre el agua y el vidrio y el ángulo de refracción entre el vidrio y el aire. Representa los rayos en los tres medios.

La ley física que cumple el rayo es la **ley de Snell**.

Esta ley relaciona el ángulo de incidencia de la luz sobre un medio con el ángulo de refracción. Matemáticamente sería:

$$n_1 \cdot sen(\hat{\imath}) = n_2 \cdot sen(\hat{r}) \longrightarrow 1{,}33 \cdot sen(45°) = 1{,}62 \cdot sen(\hat{r}) \longrightarrow sen(\hat{r}) = 0{,}58 \longrightarrow \hat{r} = arcsen(0{,}58) \approx 35{,}5°$$

El ángulo de refracción entre el agua y el vidrio es $\mathbf{35,5°}$.

El ángulo de incidencia del rayo desde el vidrio coincide con el ángulo de refracción anterior. Se vuelve a aplicar la ley de Snell.

$$n_2 \cdot sen(\hat{\imath}) = n_3 \cdot sen(\hat{r}) \longrightarrow 1{,}62 \cdot sen(35{,}5°) = 1 \cdot sen(\hat{r}) \longrightarrow sen(\hat{r}) = 0{,}94 \longrightarrow \hat{r} = arcsen(0{,}94) \approx 70{,}2°$$

El ángulo de refracción entre el vidrio y el aire es $\mathbf{70,2°}$.

Ley de Snell

b) El ángulo de incidencia máximo de entrada del rayo desde el agua a la placa de vidrio, θ_m, para que salga de ésta al aire, así como el tiempo que tarda el rayo en propagarse a través del vidrio cuando incide con este ángulo θ_m. Calcula también la longitud de onda del rayo en el interior de la placa de vidrio.

El ángulo pedido coincide con el ángulo mínimo que debe tener el ángulo de incidencia para que el rayo de luz no emerja al aire. Para ello, calcularé en primer lugar el ángulo crítico de incidencia de la interfase vidrio−aire.

$$n_2 \cdot sen(\widehat{i_c}) = n_3 \cdot sen(90°) \longrightarrow sen(\widehat{i_c}) = \frac{n_3}{n_2} = \frac{1}{1{,}62} = 0{,}617 \longrightarrow \widehat{i_c} = arcsen(0{,}617) \approx 38{,}1°$$

Dicho ángulo crítico de incidencia en la interfase vidrio−aire, será igual que el ángulo de refracción de la interfase agua−vidrio. Por ello, vuelvo a aplicar la ley de Snell y calculo θ_m.

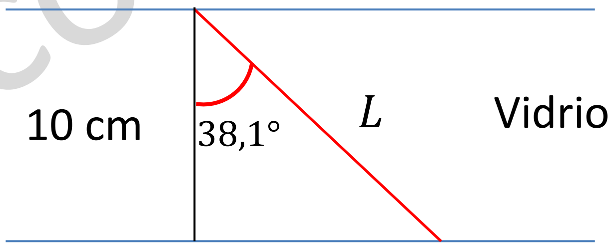
$$n_1 \cdot sen(\widehat{\vartheta_m}) = n_2 \cdot sen(\widehat{i_c}) \longrightarrow sen(\widehat{\vartheta_m}) = \frac{n_2 \cdot sen(\widehat{i_c})}{n_1} = \frac{1{,}62 \cdot sen(38{,}1°)}{1{,}33} = 0{,}75$$

$$\widehat{\vartheta_m} = arcsen(0{,}75) \approx 48{,}6°$$

$\boxed{\text{El ángulo de incidencia máximo de entrada del rayo desde el agua a la placa de vidrio es } \mathbf{48,6°}.}$

Ley de Snell

b) El ángulo de incidencia máximo de entrada del rayo desde el agua a la placa de vidrio, θ_m, para que salga de ésta al aire, así como el tiempo que tarda el rayo en propagarse a través del vidrio cuando incide con este ángulo θ_m. Calcula también la longitud de onda del rayo en el interior de la placa de vidrio.



Se hace un esquema de la situación. Se calcula la distancia que recorre el rayo de luz. Se recuerda que el ángulo de refracción es 38,1°.

$$cos(38{,}1°) = \frac{10}{L} \longrightarrow L = \frac{10}{cos(38{,}1°)} = 12{,}71\ cm = 0{,}1271\ m$$

Se calcula la velocidad de la luz cuando atraviesa el vidrio. $n_{vidrio} = \frac{c}{v} \longrightarrow v = \frac{c}{n_{vidrio}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}62} = 1{,}85 \cdot 10^8\ m/s$

El rayo de luz describe un movimiento rectilíneo uniforme. $v = \frac{L}{t} \longrightarrow t = \frac{L}{v} = \frac{0{,}1271\ m}{1{,}85 \cdot 10^8} = 6{,}87 \cdot 10^{-10}\ s$

El tiempo que tarda en propagarse el rayo a través del vidrio es $\mathbf{6,87 \cdot 10^{-10}\ s}$.

Ley de Snell

b) El ángulo de incidencia máximo de entrada del rayo desde el agua a la placa de vidrio, θ_m, para que salga de ésta al aire, así como el tiempo que tarda el rayo en propagarse a través del vidrio cuando incide con este ángulo θ_m. Calcula también la longitud de onda del rayo en el interior de la placa de vidrio.

Se parte de la definición de índice de refracción de la luz cuando atraviesa el vidrio. A continuación, se expresa la velocidad de la luz en función de su frecuencia y de su longitud de onda. La frecuencia no varía al pasar de un medio a otro.

$$n_{vidrio} = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda_{vidrio} \cdot f} \longrightarrow \lambda_{vidrio} = \frac{c}{n_{vidrio} \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}62 \cdot 3 \cdot 10^{14}} = 6{,}17 \cdot 10^{-7}\ m = 617\ nm$$

La longitud de onda del rayo en el interior del vidrio es $\boldsymbol{617\ nm}$.