PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

MADRID

ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO
OPCIÓN ENSEÑANZAS ACADÉMICAS

SEGUNDA CONVOCATORIA
MAYO 2019 (parte 1 de 2)

Ejercicio 1

Calcule el resultado de las siguientes expresiones, indicando los pasos intermedios para obtener el resultado final. Asimismo, el resultado del apartado **a)** expréselo en forma de fracción simplificada y el resultado del apartado **b)** en formato científico.

$$a)\ \frac{-\frac{1}{2}+1}{\frac{2}{3}-3}-\frac{-1}{2}=\frac{-\frac{1}{2}+1}{\frac{2}{3}-3}+\frac{1}{2}=\frac{\frac{-1+2}{2}}{\frac{2-9}{3}}+\frac{1}{2}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{-7}{3}}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}:\frac{-7}{3}+\frac{1}{2}=\frac{-3}{14}+\frac{1}{2}=\frac{-3+7}{14}=\frac{4}{14}=\boxed{\frac{2}{7}}$$

$$b)\ 0'000012+0'000088+6'2\cdot 10^{-5}=0'0001+6'2\cdot 10^{-5}=1\cdot 10^{-4}+6'2\cdot 10^{-5}=1\cdot 10^{-4}+0'62\cdot 10^{-4}=$$

$$=\boxed{1'62\cdot 10^{-4}}$$

JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

1) PARÉNTESIS

2) POTENCIAS Y RADICALES

3) MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

4) SUMA Y RESTA

Ejercicio 2

a) El precio medio de la vivienda en un municipio de la Comunidad de Madrid pasó de 2500 €/m^2 a finales de 2017 a ser de 3000 €/m^2 a finales de 2018. Calcule el porcentaje de incremento que sufrió el precio medio de la vivienda.

b) Calcule el capital final, capitalizada mediante interés compuesto, de una inversión de 1000 € invertida al 1% de interés anual durante 3 años. Exprese el resultado final redondeado a las décimas.

Solución:

Una de las formas de resolver el problema sería aplicar la fórmula que relaciona la cantidad final (con el aumento) y la cantidad inicial.

$$Cantidad\ Final = Cantidad\ Inicial \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right) \longrightarrow 3000 = 2500 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) \longrightarrow \frac{30\cancel{00}}{25\cancel{00}} = 1 + \frac{x}{100}$$

$$\frac{6}{5} = 1 + \frac{x}{100} \longrightarrow \frac{120}{100} = \frac{100 + x}{100} \longrightarrow 120 = 100 + x \longrightarrow x = 20$$

El precio de la vivienda se incrementó en un **20%**

Se aplica la fórmula de la capitalización es compuesta.

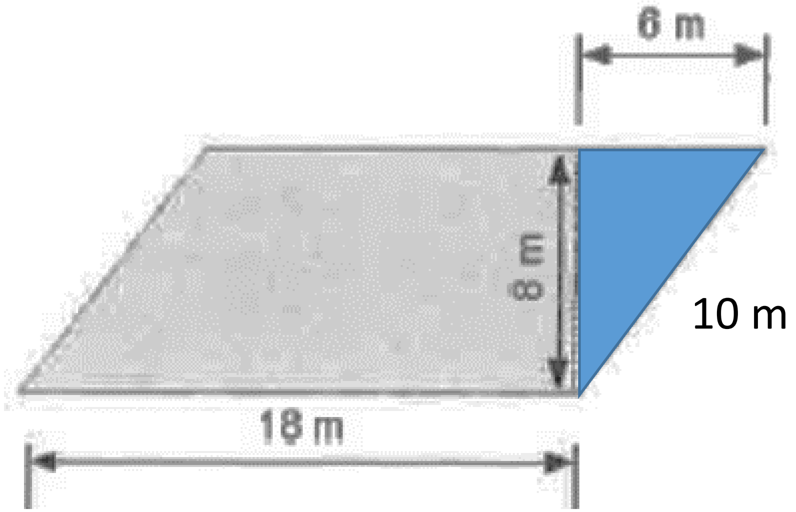
$$Cantidad\ Final = Cantidad\ Inicial \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^n \longrightarrow C = 1000 \cdot \left(1 + \frac{1}{100}\right)^3 \longrightarrow C = 1000 \cdot (1'01)^3$$

$$C = 1000 \cdot (1'01)^3 = 1030'3\ €$$

La cantidad final es de **1030’3 €**.

Ejercicio 3

Una pequeña huerta con forma de paralelogramo tiene las dimensiones que se muestran en el dibujo. Calcule la superficie en metros cuadrados y perímetro de la huerta.



Solución:

La superficie de un paralelogramo es: $A = b \cdot h$

$$A = 18 \cdot 8 = 144\ m^2$$

Mediante el teorema de Pitágoras podemos calcular la longitud de los lados diagonales.

$$x^2 = 6^2 + 8^2$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10$$

El perímetro es la suma de las longitudes los lados del paralelogramo.

$$P = 18 + 18 + 10 + 10 = 56\ m$$

La superficie de la huerta es de **144 m^2** y su perímetro de **56 m**.

Ejercicio 4

a) Calcule la tasa de variación media de la función $y=x^2$ entre los puntos de coordenadas (2,4) y (4,16) de la gráfica de la función.

b) Halle las coordenadas del vértice de la parábola que representa gráficamente la función $y=x^2-4$.

Solución:

La tasa de variación media entre 2 puntos se calcula con la fórmula: $TVM[a,b]=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

En este caso: $a=2;\ f(a)=4$

$b=4;\ f(b)=16$ $\longrightarrow$ $TVM\,[2{,}4]=\dfrac{16-4}{4-2}=\dfrac{12}{2}=6$

La tasa de variación media es **6**.

Para calcular la componente X del vértice, se utiliza la fórmula: $\boxed{v_x=\dfrac{-b}{2a}}$ En este caso: $a=1\quad b=0$

$v_x=\dfrac{-0}{2\cdot 1} \longrightarrow v_x=0$

Para calcular la componente Y del vértice, se sustituye en la función cuadrática:

$y=0^2-4=-4$

Las coordenadas del vértice son: **(0,–4)**

Ejercicio 5

En un taller mecánico de autobuses, con objeto de realizar un estudio estadístico, se ha medido el tiempo que se tarda en hacer las reparaciones siendo el resultado el que se muestra en la tabla:

a) Calcule la media del tiempo de reparación.

b) Calcule la desviación típica.

Nota: *En el cálculo de la desviación típica, puesto que no se dispone de calculadora, deje la raíz cuadrada indicada, es decir, sin resolver.*

Número de hermanos/as con los que convive en el domicilio x_i	Frecuencia absoluta fi
[0,2)	2
[2,4)	6
[4,6)	2

Solución:

Se completa la tabla de frecuencias para poder calcular la media y la desviación típica. **Se pone la marca de clase como x_i**

x_i	f_i	$x_i \cdot$fi	$x_i^2 \cdot$fi
1	2	2	2
3	6	18	54
5	2	10	50
TOTALES:	**10**	**30**	**106**

Se aplican ahora la fórmulas correspondientes:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} \longrightarrow \bar{x} = \frac{30}{10} = 3$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{106}{10} - 3^2} = \sqrt{1'6} \approx 1'265$$

La media del tiempo de reparación es **3** y la desviación típica es aproximadamente **1'265**.

PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

MADRID

ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO

OPCIÓN ENSEÑANZAS ACADÉMICAS

SEGUNDA CONVOCATORIA

MAYO 2019 (parte 2 de 2)

Ejercicio 6

Considere los siguientes polinomios: $P(x) = 2x^3 + 5x - 1 \quad y \quad Q(x) = x - 1$

a) Calcule $P(x) \cdot Q(x)$ y exprese el resultado en forma de polinomio ordenado.

b) Halla el cociente y el resto de $P(x) : Q(x)$.

Solución:

$$P(x) \cdot Q(x) = (2x^3 + 5x - 1) \cdot (x - 1) = 2x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 5x - x + 1 = \boxed{2x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 6x + 1}$$

Para hacer la división lo más fácil es utilizar la regla de Ruffini.

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & 0 & 5 & -1 \\ 1 & & 2 & 2 & 7 \\ \hline & & 2 & 7 & \boxed{6} \end{array}$$

Cociente: $\mathbf{2x^2 + 2x + 7}$

Resto: $\mathbf{6}$

Ejercicio 7

Dos mulas tiran de un carro con fuerzas de 1750 N y 1250 N. Dibuje un esquema de las fuerzas y determine la fuerza resultante en los siguientes casos.

a) Las dos fuerzas tienen la misma dirección y sentido contrario.

b) Las dos fuerzas son perpendiculares.

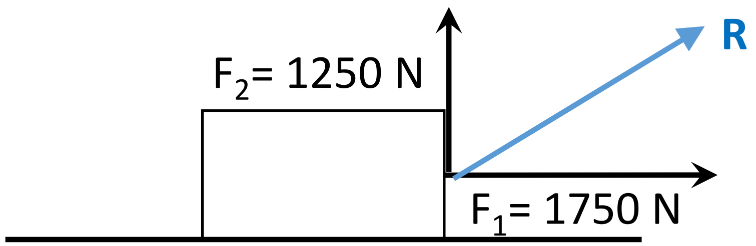
Solución:

Como las fuerzas tienen sentidos opuestos, la fuerza resultante es la diferencia entre ambas.

$$R = F_1 - F_2 \longrightarrow R = 1750 - 1250 = 500\ N$$

La fuerza resultante es de **500 N** en el sentido de la fuerza mayor.

Como las fuerzas son perpendiculares entre si, se aplica la fórmula:



$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \longrightarrow R = \sqrt{1750^2 + 1250^2} \approx 2150'58\ N$$

La fuerza resultante es de **2150’58 N** en el sentido que se observa en el dibujo

Ejercicio 8

Se deja caer una pelota de tenis de 90 g desde 20 m de altura. Tomando como valor de g=9'8 m/s^2, determine:

a) La energía mecánica inicial.

b) La energías cinética y potencial cuando se encuentra a 10 m del suelo.

c) La velocidad que tiene al llegar al suelo.

Solución:

Se toman los datos y se convierten a unidades del Sistema Internacional mediante los correspondientes factores de conversión.

$$m = 90\ g \longrightarrow 90\ \cancel{g} \cdot \frac{1\ \text{kg}}{1000\ \cancel{g}} = 0'09\ kg$$

$$h = 20\ m$$

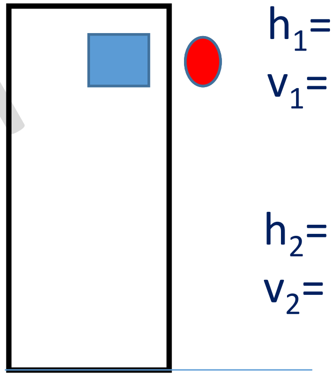
Calculo la energía potencial: $E_p = m{\cdot}g{\cdot}h \longrightarrow E_p = 0'09{\cdot}9'8{\cdot}20 = 17'64\ J \longrightarrow E_m = E_p + E_c = 17'64\ J$

Puesto que la velocidad inicial de la pelota es nula, al inicio no posee energía cinética. Por ello la energía mecánica inicial es igual a la energía potencial inicial.

$\boxed{\text{La energía mecánica inicial es } \mathbf{17'64\ J}.}$

Ejercicio 8

b) La energías cinética y potencial cuando se encuentra a 10 m del suelo.



h_1= 20 m
v_1= 0 m/s

h_2= 10 m
v_2= ? m/s

$m = 0'09\ kg \quad h_1 = 20\ m \quad h_2 = 10\ m \quad v_1 = 0\ m/s$

Puesto que la energía mecánica se conserva:

$Em_1=Em_2 \longrightarrow E_{p1}+\cancel{E_{c1}}=E_{p2}+E_{c2} \longrightarrow E_{p1}-E_{p2}=E_{c2}$

Es decir, la energía potencial que pierde la pelota, se transforma en energía cinética.

$E_{c2}=E_{p1}-E_{p2} \longrightarrow E_{c2}=m\cdot g\cdot h_1-m\cdot g\cdot h_2$

$E_{c2}=0'09\cdot 9'8\cdot 20-0'09\cdot 9'8\cdot 10 \longrightarrow E_{c2}=8'82\ J$

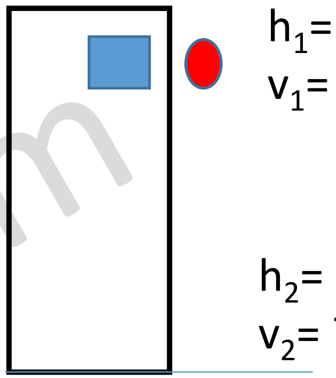
La energía potencial cuando la pelota se encuentra a 10 metros de altura es: $E_{p2}=m\cdot g\cdot h_2=0'09\cdot 9'8\cdot 10=8'82\ J$

La energía cinética de la pelota cuando se encuentra a 10 metros del suelo es de **8'82 J**.
La energía potencial de la pelota cuando se encuentra a 10 metros del suelo es de **8'82 J**.

Ejercicio 8

c) La velocidad que tiene al llegar al suelo.

$m = 0'09\ kg \qquad h_1 = 20\ m \qquad h_2 = 0\ m \qquad v_1 = 0\ m/s$



Puesto que la energía mecánica se conserva, la energía potencial que tiene la pelota a 20 metros de altura será igual que la energía cinética de la pelota cuando llegue al suelo.

$Em_1 = Em_2 \longrightarrow E_{p1} + \cancel{E_{c1}} = \cancel{E_{p2}} + E_{c2} \longrightarrow \cancel{m} \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_2^2$

Lo cual significa que la velocidad, depende de la altura pero no de la masa.

Se despeja la velocidad y se calcula:

$$g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \longrightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \longrightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot 9'8 \cdot 20}$$

$$v_2 = 19'8\ m/s$$

La velocidad de la pelota cuando llega al suelo es de **19’8 m/s**.

Ejercicio 9

Indique cuál es el nutriente más abundante en cada uno de los siguientes alimentos:

Alimento	Nutriente más abundante
Frutas	Vitaminas
Frutos secos	Lípidos
Aceite	Lípidos
Leche	Proteínas
Patatas	Hidratos de carbono
Huevos	Proteínas
Cereales	Hidratos de carbono
Pescado	Proteínas
Verduras	Vitaminas
Legumbres	Hidratos de carbono

Ejercicio 10

Indique cuales son los tres procesos geológicos externos que modelan el paisaje.
Identifique cinco agentes geológicos externos. Señale cuales son las fuentes de energía que activan esos procesos.

Solución:

Los procesos geológicos externos son: **meteorización, transporte y sedimentación.**

Los agentes geológicos externos son: **viento, ríos, torrentes, aguas subterráneas, mar, glaciares, seres vivos.**

Las fuentes de energía que activan esos procesos son: **energía solar y gravedad.**