

# PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA



MADRID



ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO  
OPCIÓN ENSEÑANZAS ACADÉMICAS

PRIMERA CONVOCATORIA

ENERO 2020 (parte 1 de 2)

# Ejercicio 1

Calcule el resultado de las siguientes expresiones, indicando los pasos intermedios para obtener el resultado final. Asimismo, el resultado del apartado **a)** expréselo en forma de fracción simplificada y el resultado del apartado **b)** en formato científico.

$$a) \frac{-\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{-\frac{1}{4} \cdot (-8)} + 2 = \frac{-\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2}{2} + 2 = \frac{-\frac{1}{5} \cdot \frac{9}{4}}{2} + 2 = \frac{-\frac{4}{45}}{2} + 2 = \frac{-4}{45} : 2 + 2 = \frac{-4}{90} + 2 = \frac{-2}{45} + 2 = \frac{-2 + 90}{45} = \boxed{\frac{88}{45}}$$

$$b) \frac{28'4 \cdot 10^{-5}}{7'1 \cdot 10^{-8}} + 422 \cdot 10^2 = 4 \cdot 10^3 + 422 \cdot 10^2 = 4 \cdot 10^3 + 42'2 \cdot 10^3 = 46'2 \cdot 10^3 = \boxed{4'62 \cdot 10^4}$$

## JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

- 1) PARÉNTESIS
- 2) POTENCIAS Y RADICALES
- 3) MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN
- 4) SUMA Y RESTA

# Ejercicio 2

En una tienda, el precio de una botella de aceite de un litro sufre la siguiente evolución:

1ª Semana	2ª Semana	3ª Semana
Precio de la botella: 4 €	El precio aumenta un 10% respecto al precio de la semana anterior	El precio aumenta un 10% respecto al precio de la semana anterior

Calcule:

- El precio de la botella de aceite en la tercera semana.
- El porcentaje de aumento del precio de la botella desde la primera semana hasta la tercera semana.

**Solución:**

Una de las formas de resolver el problema sería aplicar la fórmula que relaciona la cantidad final (con los aumentos) y la cantidad inicial. A ser porcentajes sucesivos se multiplica por cada uno de los términos de aumento.

$$\text{Cantidad Final} = \text{Cantidad Inicial} \cdot \left(1 + \frac{\%_1}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{\%_2}{100}\right) = 4 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 4 \cdot 1'1 \cdot 1'1 = 4'84$$

El precio de aceite en la tercera semana será de 4'84 €.

$$\% \text{ aumento} = \left[ \left(1 + \frac{\%_1}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{\%_2}{100}\right) - 1 \right] \cdot 100 = (1'1 \cdot 1'1 - 1) \cdot 100 = 21 \%$$

El porcentaje de aumento es del 21%

# Ejercicio 3

Una fábrica de helados fabrica cucuruchos de helado con la siguiente forma y dimensiones.

Considere que, además de la semiesfera de helado, la parte cónica del cucurucho, que es de galleta, está totalmente rellena de helado.

Calcule en centilitros, expresando el resultado redondeado con dos cifras decimales, la cantidad de helado de cada cucurucho sabiendo que:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3; \text{ donde } r \text{ es el radio de la esfera.}$$

$$V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h; \text{ donde } r \text{ es el radio del cono y } h \text{ es la altura del cono.}$$

En ambas expresiones use  $\pi \approx 3'14$ .

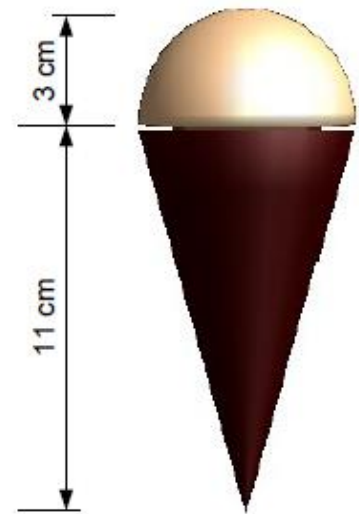
**Solución:**

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 113'04 \text{ cm}^3 \longrightarrow V_{semiesfera} = \frac{V_{esfera}}{2} = \frac{113'04}{2} = 56'52 \text{ cm}^3$$

$$V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 11 = 103'62 \text{ cm}^3$$

$$V_{helado} = V_{semiesfera} + V_{cono} = 56'52 + 103'62 = 160'14 \text{ cm}^3$$

$$160'14 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1000 \text{ cm}^3} \cdot \frac{1 \text{ L}}{1 \text{ dm}^3} \cdot \frac{100 \text{ cL}}{1 \text{ L}} = 16'014 \text{ cL} \approx 16'01 \text{ cL}$$



La cantidad de helado es 16'01 cL

# Ejercicio 4

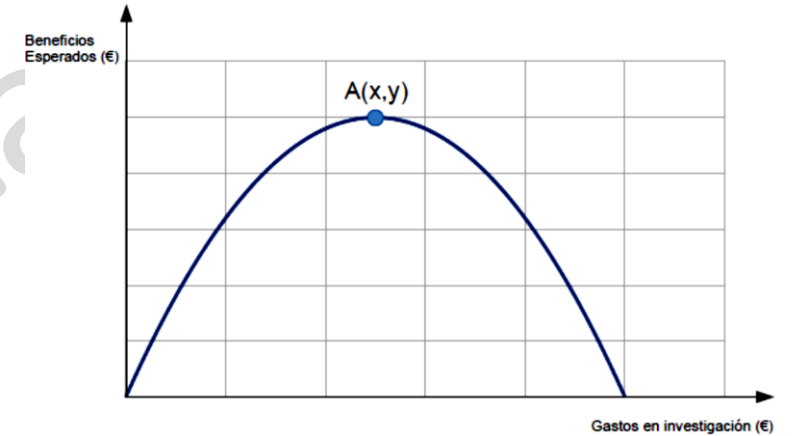
Los beneficios esperados anuales de una pequeña empresa en función de los gastos en investigación que realice esta misma empresa durante un año, vienen dados por la gráfica que se muestra. Esta gráfica ha sido elaborada a partir de la función:

$$y = -\frac{1}{25000} \cdot x^2 + 4x$$

De acuerdo con la información suministrada:

a) Halle las coordenadas del punto A.

b) ¿Cuáles son los valores de gastos en Investigación que corresponden con un beneficio esperado de cero euros?



**Solución:**

El punto A es el vértice de la parábola. Para calcular la componente X del vértice, se utiliza la fórmula:

$$v_x = \frac{-b}{2a}$$

En este caso:  $a = \frac{-1}{25000}$   $b = 4$   $\longrightarrow$   $v_x = \frac{-4}{2 \cdot \left(\frac{-1}{25000}\right)}$   $\longrightarrow$   $v_x = \frac{-4 \cdot 25000}{-2}$   $\longrightarrow$   $v_x = 50000$

Para calcular la componente Y del vértice, se sustituye en la función cuadrática:

$$y = -\frac{1}{25000} \cdot 50000^2 + 4 \cdot 50000 = 100000$$

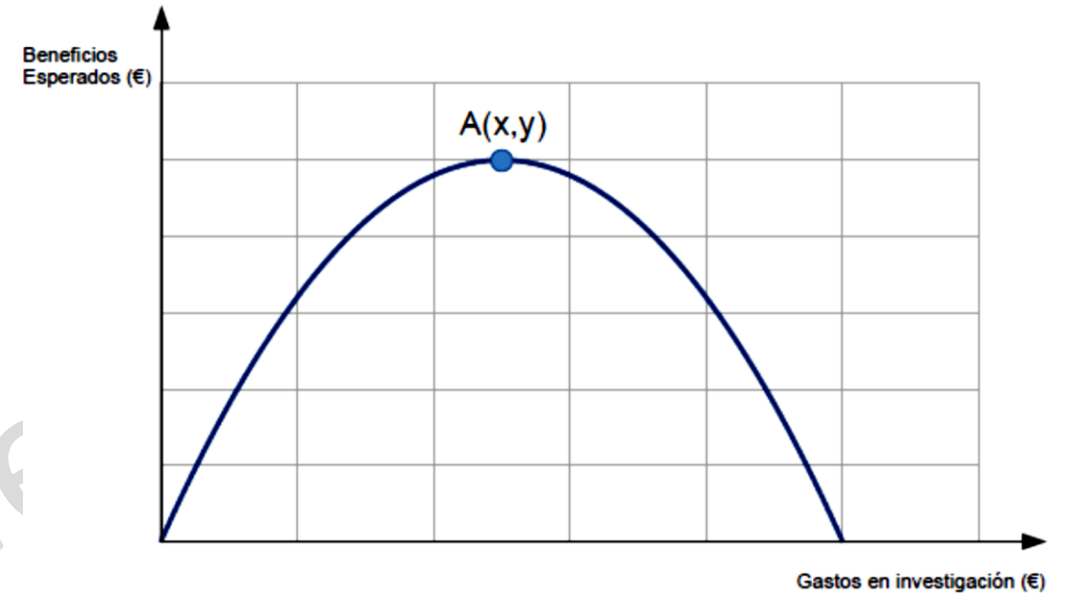
# Ejercicio 4

**b) ¿Cuáles son los valores de gastos en Investigación que corresponden con un beneficio esperado de cero euros?**

Los valores que corresponden con un beneficio esperado de cero euros son los puntos de corte con el eje X.

Para ello se iguala la función cuadrática a cero y se resuelve la ecuación de segundo grado.

$$-\frac{1}{25000} \cdot x^2 + 4x = 0 \longrightarrow x \cdot \left(-\frac{1}{25000} \cdot x + 4\right) = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -\frac{1}{25000} \cdot x + 4 = 0 \longrightarrow 4 = \frac{1}{25000} \cdot x \\ x = 100000 \end{cases}$$



Los gastos en investigación que corresponden con un beneficio esperado de cero euros son 0 euros y 100000 euros.

# PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA



MADRID



ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO  
OPCIÓN ENSEÑANZAS ACADÉMICAS

PRIMERA CONVOCATORIA

ENERO 2020 (parte 2 de 2)

# Ejercicio 5

Una usuaria del tren de cercanías de su ciudad ha medido a diario durante 200 días laborables el tiempo que tiene que esperar al tren en el andén de la estación cuando sale a trabajar y vuelve a su casa en tren, obteniendo los siguientes resultados:

Número de intervalo	Tiempo de espera en minutos	Frecuencia absoluta	Porcentaje (%)
1	[0,1)	20	10
2	[1,2)	40	20
3	[2,3)	60	30
4	[3,4)	50	25
5	[4,5)	30	15
<b>Totales:</b>		<b>200</b>	<b>100</b>

$$\% = \frac{20}{200} \cdot 100 = 10\%$$

$$\% = \frac{40}{200} \cdot 100 = 20\%$$

$$\% = \frac{60}{200} \cdot 100 = 30\%$$

$$\% = \frac{50}{200} \cdot 100 = 25\%$$

$$\% = \frac{30}{200} \cdot 100 = 15\%$$

a) Rellene la cuarta columna, la que corresponde con los porcentajes (%) de los distintos intervalos..

El porcentaje se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de datos y multiplicando por 100.

$$\% = \frac{f_i}{N} \cdot 100$$



# Ejercicio 5

Tiempo de espera en minutos	Frecuencia absoluta	Marca de clase $x_i$	Tiempo esperado $x_i \cdot f_i$	
[0,1)	20	0'5	10	$0'5 \cdot 20 = 10$
[1,2)	40	1'5	60	$1'5 \cdot 40 = 60$
[2,3)	60	2'5	150	$2'5 \cdot 60 = 150$
[3,4)	50	3'5	175	$2'5 \cdot 50 = 175$
[4,5)	30	4'5	135	$4'5 \cdot 30 = 135$
<b>TOTALES:</b>	<b>200</b>		<b>530</b>	

**b) Usando la marca de clase de cada intervalo, calcule la media aritmética del tiempo de espera.**

Se debe calcular la columna de la marca de clase en primer lugar. Para ello se hace la media aritmética de los extremos del intervalo. A continuación otra columna con el tiempo total esperado.

Se aplica ahora la fórmula correspondiente:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} \longrightarrow \bar{x} = \frac{530}{200} = 2'65$$

El tiempo de espera medio es de 2'65 minutos.

# Ejercicio 5

Número de intervalo	Tiempo de espera en minutos	Frecuencia absoluta
1	[0,1)	20
2	[1,2)	40
3	[2,3)	60
4	[3,4)	50
5	[4,5)	30
<b>Totales:</b>		<b>200</b>

60+50+30=140 personas esperan dos o más minutos al tren

**c)** Después de los 200 días del estudio y de acuerdo con los datos obtenidos, supongamos que esta persona llega al andén de la estación un día laborable al salir de trabajar para volver a su casa en tren, ¿cuál es la probabilidad de que el tren tarde en llegar 2 minutos o más de tiempo?

En total hay 140 personas que esperan 2 minutos más.

Se aplica la regla de Laplace: 
$$P = \frac{N^{\circ} \text{ de casos favorables}}{N^{\circ} \text{ de casos totales}} \longrightarrow P = \frac{140}{200} = \frac{7}{10}$$

La probabilidad de que el tren tarde 2 minutos o más es de **7/10**.

# Ejercicio 6

Se ha observado que el número de clientes que compran algún producto en un nuevo supermercado a lo largo de cuatro días sigue la siguiente secuencia:

Día 1 14 clientes	Día 2 17 clientes	Día 3 20 clientes	Día 4 23 clientes
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

Esta sucesión corresponde con los cuatro primeros términos de una progresión aritmética cuyo primer término es 14 clientes y cuya diferencia de un día respecto a otro es 3 clientes. Suponiendo que en el futuro el número diario de clientes que compran algún producto venga dado por esta progresión aritmética, **calcule cuantos clientes en total habrán comprado algún producto en este supermercado al cabo de 101 días considerando que el primer término de la progresión, tal y como aparece en la tabla, es 14 clientes.**

**Solución:**

Las fórmulas de la progresión aritmética son:  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$        $S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$

Siendo:  $a_1 = 14$      $d = 3$

Calculo  $a_{101}$ :  $a_{101} = 14 + (101 - 1) \cdot 3 = 314$

Calculo  $S_{101}$ :  $S_{101} = (14 + 314) \cdot \frac{101}{2} = 16564$

En total habrán comprado algún producto 16564 clientes.

# Ejercicio 7

a) Ajuste la siguiente ecuación química:  $2\text{HCl} + \text{Ba}(\text{OH})_2 \rightarrow \text{BaCl}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$

Se ajustan primero los átomos de cloro, y después los de hidrógeno. El resto de la ecuación queda ajustada.

b) ¿Qué cantidad de hidróxido de bario reacciona completamente con 71 g de ácido clorhídrico?

Datos de las masas atómicas en unidades de masa atómica: H=1; Cl=35'5; Ba=137'34; O=16

Calculo las masas moleculares de hidróxido de bario y de cloruro de hidrógeno.

$$M_r(\text{Ba}(\text{OH})_2) = M_r(\text{Ba}) + 2 \cdot M_r(\text{O}) + 2 \cdot M_r(\text{H}) = 137'34 + 2 \cdot 16 + 2 \cdot 1 = 171'34 \text{ g/mol}$$

$$M_r(\text{HCl}) = M_r(\text{H}) + M_r(\text{Cl}) = 1 + 35'5 = 36'5 \text{ g/mol}$$

Se calculan los moles de HCl:

$$n = \frac{m(\text{HCl})}{M_r(\text{HCl})} \longrightarrow n = \frac{71}{36'5} = 1'945 \text{ mol HCl}$$

Se calculan los moles de hidróxido de bario mediante un factor de conversión.

$$1'945 \text{ mol HCl} \cdot \frac{1 \text{ mol Ba}(\text{OH})_2}{2 \text{ mol HCl}} = 0'973 \text{ mol Ba}(\text{OH})_2$$

Se calculan los gramos de  $\text{Ba}(\text{OH})_2$ :

$$m = n \cdot M_r(\text{Ba}(\text{OH})_2) \longrightarrow m = 0'973 \cdot 171'34 = 166'71 \text{ g Ba}(\text{OH})_2$$

En total habrán reaccionado  
166'71 gramos de  $\text{Ba}(\text{OH})_2$

# Ejercicio 8

Un pájaro de 300 g de masa vuela a una altura de 10 m sobre la superficie terrestre a una velocidad de 15 km/h. Calcule su energía potencial y su energía cinética.

Dato:  $g=9'8 \text{ m/s}^2$

**Solución:**

Se toman los datos y se convierten a unidades del Sistema Internacional mediante los correspondientes factores de conversión.

$$m = 300 \text{ g} \longrightarrow 300 \cancel{\text{g}} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1000 \cancel{\text{g}}} = 0'3 \text{ kg}$$

$$h = 10 \text{ m}$$

$$v = 15 \text{ km/h} \longrightarrow 15 \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 4'17 \text{ m/s}$$

$$\text{Calculo la energía potencial: } E_p = m \cdot g \cdot h \longrightarrow E_p = 0'3 \cdot 9'8 \cdot 10 = 29'4 \text{ J}$$

$$\text{Calculo la energía cinética: } E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \longrightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot 0'3 \cdot 4'17^2 = 2'6 \text{ J}$$

La energía potencial será de **29'4 J**

La energía cinética será de **2'6 J**

# Ejercicio 9

Complete la tabla de definiciones utilizando alguno de los siguientes conceptos:

Equinoccio, Ola, Eclipse, Corriente marina, Rotación, Marea, Órbita, Traslación, Solsticio.

<b>Definición</b>	<b>Concepto</b>
Giro de un astro alrededor de sí mismo	Rotación
Día del año en que la duración del día y la noche son iguales	Equinoccio
Desplazamiento de un astro alrededor de otro	Traslación
Ocultación de un astro por parte de otro	Eclipse
Recorrido que hace un planeta durante su desplazamiento	Órbita

# Ejercicio 10

Rellene el cuadro indicando qué órgano, aparato o sistema tiene como función la que se indica en la primera columna del mismo.

Función	Órgano, aparato o sistema
Eliminar los residuos metabólicos	APARATO EXCRETOR
Controlar el hambre y la sed	SISTEMA NERVIOSO
Expulsar el CO <sub>2</sub> procedente de la respiración celular	APARATO RESPIRATORIO
Dar sostén al cuerpo	APARATO LOCOMOTOR O SISTEMA ESQUELÉTICO
Regular la temperatura interna del cuerpo	APARATO CIRCULATORIO (SANGRE)
Controlar el ciclo menstrual	SISTEMA ENDOCRINO (OVARIOS)
Regular la cantidad de azúcar de la sangre	SISTEMA ENDOCRINO
Transformar los alimentos en nutrientes	APARATO DIGESTIVO
Captar los estímulos del exterior e interior del cuerpo	ÓRGANOS DE LOS SENTIDOS
Mantener el tono muscular	SISTEMA NERVIOSO