PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

MADRID

ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO
OPCIÓN ENSEÑANZAS ACADÉMICAS

PRIMERA CONVOCATORIA
2018 (parte 1 de 2)

Ejercicio 1

1. Calcule el resultado de las siguientes expresiones, indicando los pasos intermedios para obtener el resultado final.

$$a)\ -5^2+(-3)^2-\sqrt{25}-\frac{4}{3}\cdot 2^{-3}=-25+9-5-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{8}=-25+9-5-\frac{4}{24}=-21-\frac{1}{6}=\frac{-126-1}{6}=\boxed{\frac{-127}{6}}$$

$$b)\ \frac{6}{10}-\frac{-1}{5}:\frac{2}{12}-\left(\frac{5}{10}\right)^2=\frac{6}{10}+\frac{12}{10}-\frac{25}{100}=\frac{3}{5}+\frac{6}{5}-\frac{1}{4}=\frac{9}{5}-\frac{1}{4}=\frac{36-5}{20}=\boxed{\frac{31}{20}}$$

JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

1) PARÉNTESIS

2) POTENCIAS Y RADICALES

3) MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

4) SUMA Y RESTA

Ejercicio 2

a) Se pagan 5’25 € por 3’5 kg de naranjas. Calcule el precio de 9’5 kg de esas mismas naranjas.

b) En una fábrica de juguetes, 5 personas trabajando son capaces de fabricar 540 juguetes en 27 días. Calcule cuántas personas serían necesarias para fabricar esa misma cantidad de juguetes en 15 días..

Solución:

Se plantea una regla de 3.

Pago	D	Kg de naranjas
5’25 €	——	3’5 kg
x €	——	9’5 kg

A mayor cantidad de kg de naranjas compradas, mayor precio abonado. Por ello la relación es **directamente proporcional**.

Se plantea la ecuación de la regla de 3.

$$\frac{5'25}{\mathrm{x}} = \frac{3'5}{9'5} \longrightarrow x = \frac{5'25 \cdot 9'5}{3'5} \longrightarrow x = 14'25\ €$$

$\boxed{\text{9’5 kg de naranjas costarán 14’25 €.}}$

Se plantea una regla de 3.

Personas	I	días
5	——	27
x	——	15

A mayor cantidad de personas, menos días serán necesarios par completar el pedido. Por ello la relación es **inversamente proporcional**.

Se plantea la ecuación de la regla de 3.

$$\frac{5}{\mathrm{x}} = \frac{15}{27} \longrightarrow x = \frac{5 \cdot 27}{15} \longrightarrow x = 9\ personas$$

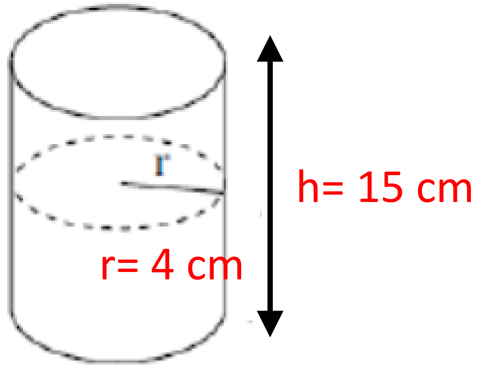
$\boxed{\text{9 personas fabricarán 540 juguetes en ´15 días.}}$

Ejercicio 3

Halle la capacidad en litros de una lata con forma cilíndrica con 4 cm de radio en la base y 15 cm de altura.

Nota: Tome como valor de aproximación de π=3’14.

Solución:



Tomamos los datos: h= 15 cm r= 4 cm

El volumen de un cilindro viene dado por la fórmula:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \longrightarrow V = 3'14 \cdot 4^2 \cdot 15 \longrightarrow V = 753'6\ cm^3$$

Como me piden el volumen en litros, recordamos que 1 litro es igual a 1000 cm^3.

$\boxed{V = 0'7536\ litros}$ Basta con dividir por 1000 el volumen en cm^3.

$\boxed{\text{En la lata caben 0'7536 litros.}}$

Ejercicio 4

La siguiente función describe la trayectoria de un balón de baloncesto en un tiro a canasta:

$$y = \frac{-1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 2$$

donde:
x: es la distancia en metros del balón al jugador que realiza el tiro.
y: es la altura en metros que alcanza el balón.

a) Elabore de forma detallada la representación gráfica de esta función para valores de x comprendidos dentro del intervalo [0,4]

b) ¿Cuál es la máxima altura que alcanza el balón?

Solución: Es una función cuadrática que tiene forma de parábola.

Para representar una parábola debemos calcular el vértice en primer lugar.

La primera componente del vértice se calcula con la fórmula: $\boxed{v_x = \frac{-b}{2a}}$ $Donde, a = \frac{-1}{8}, b = \frac{3}{4}$

Por lo tanto: $v_x = \frac{-\frac{3}{4}}{2\cdot(\frac{-1}{8})} = \frac{-\frac{3}{4}}{-\frac{2}{8}} = \frac{3}{4} : \frac{2}{8} = \frac{24}{8} = 3$ Ahora se debe calcular la otra componente del vértice.

Para ello se sustituye el valor de v_x en la función f(x). $f(3) = \frac{-1}{8}\cdot 3^2 + \frac{3}{4}\cdot 3 + 2 = \frac{-9}{8} + \frac{9}{4} + 2 = \frac{25}{8} = 3'125$

1) Cálculo del vértice.

2) Cálculo de los puntos de corte con los ejes.

3) Cálculo de puntos auxiliares:

El vértice de la parábola se encontrará en el punto $(3, 3'125)$

Los pasos que seguiré para representar la función cuadrática son:

Ejercicio 4

$$y = \frac{-1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 2$$

Vértice= $(3, 3'125)$

A continuación debemos calcular los puntos de corte con los ejes.

Puntos de corte con el eje X (y=0): Se iguala la función a 0.

$$\frac{-1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 2 = 0 \xrightarrow{x(-8)} x^2 - 6x - 16 = 0$$

Se aplica la fórmula para resolver la ecuación de segundo grado.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Siendo: a=1; b=−6; c=−16

$$x = \frac{-(-)6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16)}}{2 \cdot 1} \longrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 64}}{2} \longrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{6 \pm 10}{-2}$$

$$x_1 = \frac{6 + 10}{2} = 8$$
$$x_2 = \frac{6 - 10}{2} = -2$$

Obteniendo dos soluciones: x=8 y x=−2

Los puntos de corte con el eje X, serán (8,0) y (−2,0)

Puesto que nos piden la representación entre x=0 y x=4 en la gráfica no aparecerán los puntos de corte con el eje X.

El punto de corte con el eje Y (x=0): Se sustituye la x por cero en la función.

$$f(0) = \frac{-1}{8} \cdot 0^2 + \frac{3}{4} \cdot 0 + 2 = 2 \longrightarrow$$

El punto de corte con el eje Y, será (0,2)

2) Cálculo de los puntos de corte con los ejes.

Ejercicio 4

$$f(x) = \frac{-1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 2$$

Vértice= $(3, 3'125)$

Para representar de forma más precisa la parábola, utilizaré algunos valores auxiliares. Los obtendré sustituyendo en la función.

x	y
2	3
4	3

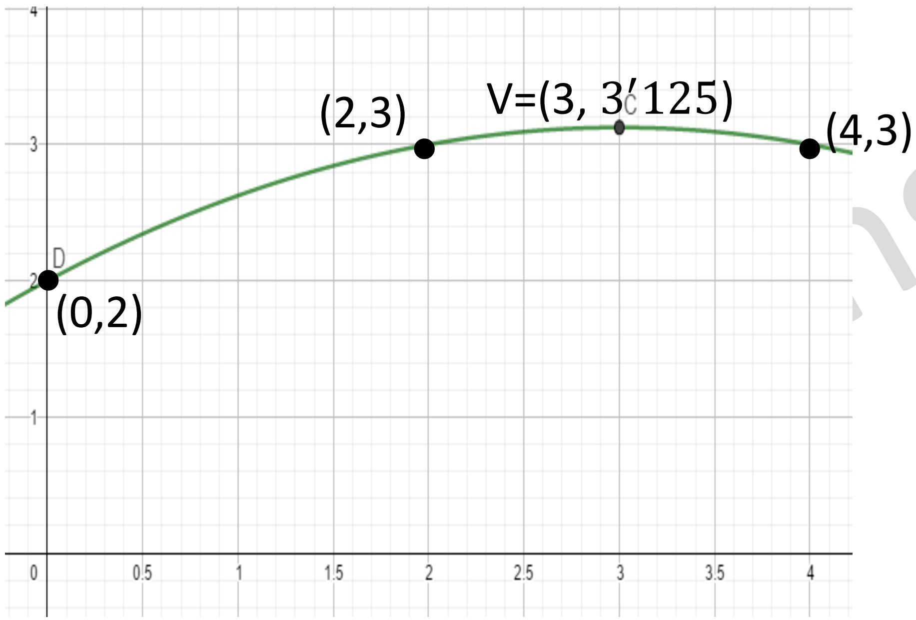
$$f(2) = \frac{-1}{8} \cdot 2^2 + \frac{3}{4} \cdot 2 + 2 = 3$$

$$f(4) = \frac{-1}{8} \cdot 4^2 + \frac{3}{4} \cdot 4 + 2 = 3$$

Los puntos de corte con el eje X, serán (8,0) y (−2,0)

El punto de corte con el eje Y, será (0,2)

Como he dicho antes, los puntos de corte con el e eje X no se pone por no estar dentro del rango de la variable X que se pide representar.



b) Suponiendo que en la representación gráfica de la función, el eje de abscisas representa el suelo y que las unidades de los ejes de coordenadas vienen dadas en metros. ¿cuál es la máxima altura que alcanza el balón respecto al suelo?

Como se puede ver, al ser la coordenada Y del vértice igual a 3'125, la altura máxima alcanzada es de 3'125 metros.

3) Cálculo de valores auxiliares.

PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

MADRID

ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO

OPCIÓN ENSEÑANZAS ACADÉMICAS

PRIMERA CONVOCATORIA

2018 (parte 2 de 2)

Ejercicio 5

Las notas de los estudiantes de una clase en un examen, cuya puntuación máxima se estableció en 5 puntos, fueron las siguientes:

Puntos obtenidos en el examen	0	1	2	3	4	5
Número de estudiantes	0	1	2	5	0	2

Para realizar un tratamiento estadístico de estos datos, considere el número de puntos obtenidos por los estudiantes como la variable estadística y el número de estudiantes que obtuvieron esos puntos como la frecuencia absoluta.

a) Halle la media del número de puntos. b) Calcule la desviación típica de esta distribución de datos.

Solución: Se construye una tabla con las columnas adicionales $x_i \cdot f_i$ y $x_i^2 \cdot f_i$.

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	4	8
3	5	15	45
4	0	0	0
5	2	10	50
TOTALES: 10		30	104

Se aplican las fórmulas correspondientes.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} \longrightarrow \bar{x} = \frac{30}{10} = 3.$$

La nota media es de 3.

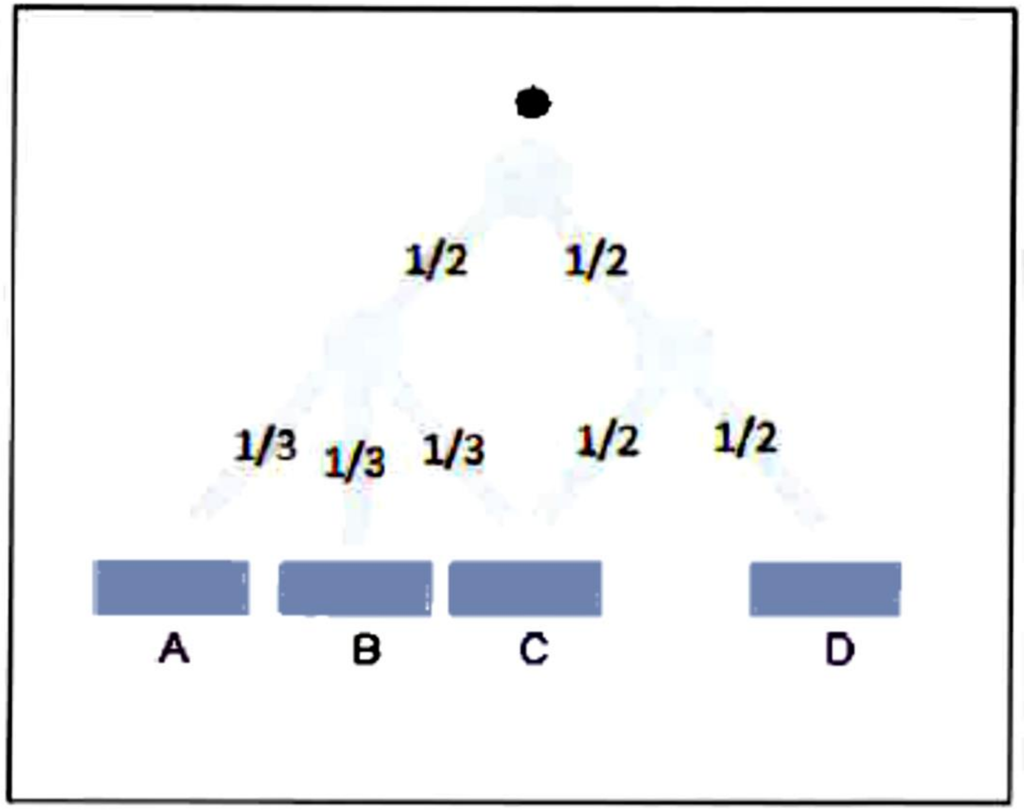
$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{104}{10} - 3^2} = \sqrt{1'4} \approx 1'183$$

La desviación típica es de 1'183.

Ejercicio 6

Se lanza una bola negra por el siguiente dispositivo vertical de tubos:

Sabiendo que en cada bifurcación la bola tiene la misma probabilidad de caer por cualquiera de los tubos que salen de ella, calcule las siguientes probabilidades:



a) Probabilidad de que la bola caiga en el cesto A.

b) Probabilidad de que la bola caiga en el cesto B.

c) Probabilidad de que la bola caiga en el cesto C.

d) Probabilidad de que la bola caiga en el cesto D.

Solución:

$$P(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

$$P(B)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

$$P(C)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{2}{12}+\frac{3}{12}=\frac{5}{12}$$

$$P(D)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

Ejercicio 7

Sobre un cuerpo actúan dos fuerzas F_1= 6 N y F_2= 3 N, dibuje y calcule el módulo de la fuerza resultante en los siguientes casos:

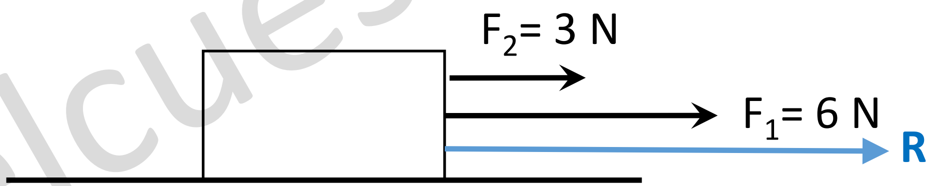
a) Las fuerzas actúan en la misma dirección y sentido.

b) Las fuerzas actúan en la misma dirección y sentido contrario.

c) Las fuerzas forman un ángulo de 90°.

Solución:

Como las fuerzas tienen el mismo sentido, la fuerza resultante es la suma de ambas.



$$R = F_1 + F_2 \longrightarrow R = 6 + 3 = 9\ N$$

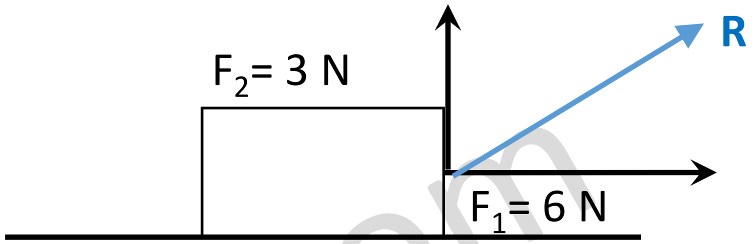
La fuerza resultante es de **9 N.**

Como las fuerzas tienen sentidos opuestos, la fuerza resultante es la diferencia entre ambas.

$$R = F_1 - F_2 \longrightarrow R = 6 - 3 = 3N$$

La fuerza resultante es de **3 N** en el sentido de la fuerza mayor.

Ejercicio 7



Como las fuerzas son perpendiculares entre si, se aplica la fórmula:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \longrightarrow R = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6'7N$$

La fuerza resultante es de **6'7 N** en el sentido que se observa en el dibujo

Ejercicio 8

a) Ajuste la siguiente ecuación química: $C_3H_8 + \mathbf{5}\, O_2 \longrightarrow \mathbf{3}\, CO_2 + \mathbf{4}\, H_2O$

Se ajustan primero los átomos de carbono. Después los átomos de hidrógeno. Y por último los átomos de oxígeno.

b) Si inicialmente partimos de 5 moles de propano (C_3H_8) con oxígeno en exceso, ¿cuántos moles obtendremos de CO_2?

Se calculan los moles de dióxido de carbono mediante un factor de conversión.

$$5 \text{ moles } C_3H_8 \cdot \frac{3 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 15\, mol\, CO_2$$

$\boxed{\text{Obtendremos 15 mol de } CO_2}$

Ejercicio 9

Complete la siguiente tabla indicando cuales son los diferentes Reinos en que se clasifican los seres vivos. Indique un tipo de ser vivo de los que se incluye en cada Reino.

Solución:

Los seres vivos se clasifican en grandes grupos llamados reinos. Existen cinco reinos:

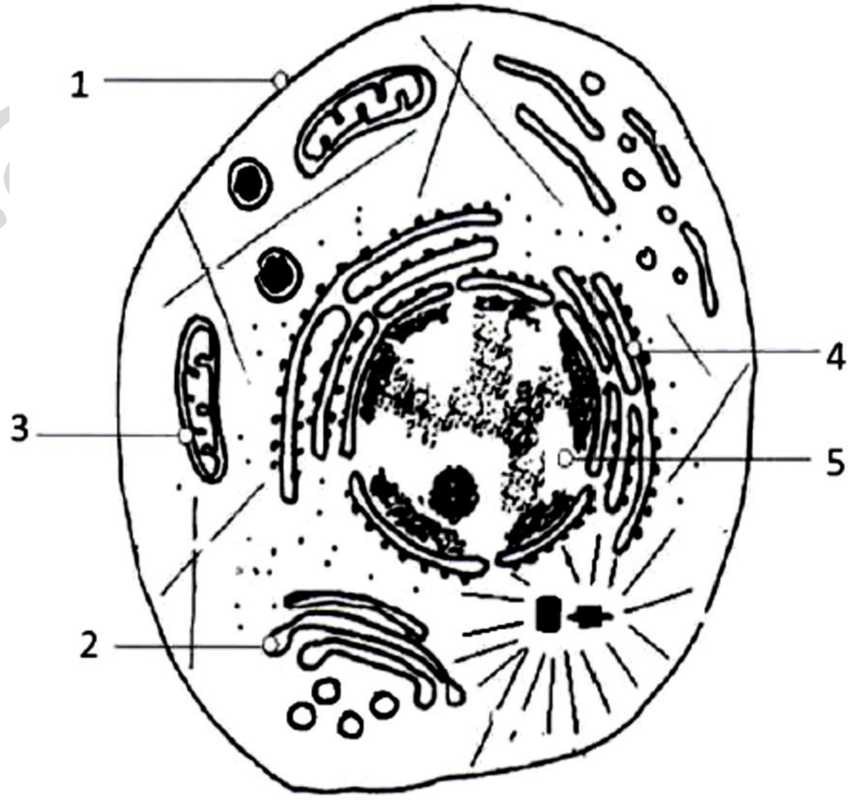
Reino animal (animales).
Reino vegetal (plantas).
Reino hongos (setas, mohos y levaduras).
Reino protoctistas (protozoos y algas).
Reino móneras (bacterias).

Reino	Tipo de ser vivo
Animal	Invertebrados
Vegetal	Plantas con flor
Hongos	Levaduras
Protoctistas	Protozoos
Moneras	Bacterias

Ejercicio 10

Identifique los orgánulos celulares señalados e indique la función que desempeña en la célula cada uno de ellos.

Solución:



1. Membrana celular. Delimita la célula y controla el intercambio de sustancias con el exterior.

2. Aparato de Golgi. Empaqueta proteínas, forma y emite vesículas (lisosomas), almacena y transporta sustancias.

3. Mitocondria. Respiración celular.

4. Retículo endoplasmático rugoso. Síntesis y transporte de proteínas.

5. Núcleo. Contiene el material genético.