



# EUROPEAN BACCALAUREATE ESCUELA EUROPEA

## MATEMÁTICAS 5 PERIODOS

EJERCICIO 7 · SIN CALCULADORA  
DISTRIBUCIÓN NORMAL,  
COMBINATORIA Y PROBABILIDAD

JUNIO 2024



# Ejercicio 7. Distribución normal, combinatoria y probabilidad

Los candidatos que solicitan el ingreso a la universidad deben aprobar un examen escrito seguido de una entrevista.

a) Los resultados del examen escrito se distribuyen normalmente con una media  $\mu=120$  puntos y una desviación estándar  $\sigma=15$  puntos. Se sabe que, para una distribución normal, el 68 % de los datos se encuentran dentro de una desviación estándar de la media. Los candidatos con el 10 % de mejores resultados son invitados a la entrevista. Jorge obtuvo 135 puntos. Determina si Jorge es invitado a la entrevista.

## Solución:

Sea  $X$  una variable continua que se distribuye normalmente.  $X \sim N(120, 15)$

Siendo  $X$  la puntuación obtenida en la prueba.

Se calcula el porcentaje de personas que quedaron por encima de la puntuación de Jorge.

$$P(X > 135) = P(X > 120 + 15) = P(X > \mu + \sigma) \approx 0,16$$

Se recuerda que, para cualquier distribución normal  $X \sim N(\mu, \sigma)$  se verifica:  $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0,682$

Lo cual implica que: 
$$P(X > \mu + \sigma) = \frac{1 - 0,682}{2} = 0,159$$

Por lo tanto, Jorge no será invitado a la entrevista ya que un 15,9 % de estudiantes tiene más nota que él.

# Ejercicio 7. Distribución normal, combinatoria y probabilidad

Para reforzar la explicación anterior se muestra este esquema.

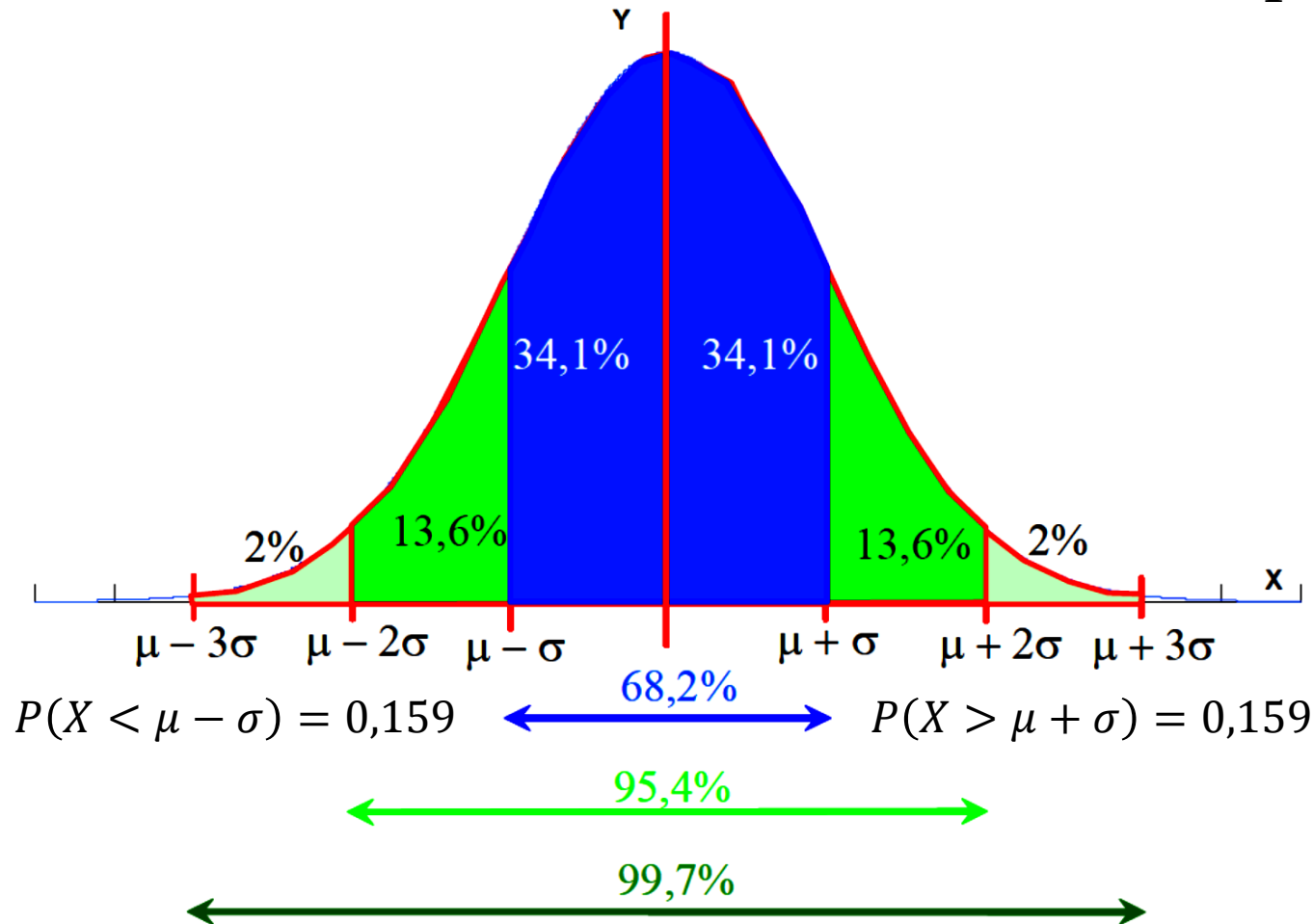
$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0,682$$

$$1 - P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 1 - 0,682$$

$$2 \cdot P(X > \mu + \sigma) = 0,318$$

$$P(X > \mu + \sigma) = 0,159$$

Por lo tanto, **Jorge no será invitado** a la entrevista ya que un 15,9 % de estudiantes tiene más nota que él.



# Ejercicio 7. Distribución normal, combinatoria y probabilidad

Se invita a 10 candidatos a la entrevista, 5 por la mañana y 5 por la tarde.

b) Determina de cuántas formas se puede seleccionar el grupo de la mañana.

**Solución:**

Dado **que no influye el orden** de entrada de los candidatos en el número de casos, el recuento se hace con la fórmula de las combinaciones. El número de formas en que se puede seleccionar el grupo de la mañana es el número de combinaciones de 10 elementos tomados de 5 en 5.

$$N = \binom{10}{5} = \frac{10!}{5! \cdot (10 - 5)!} = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3}$$

$$N = \binom{10}{5} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2}{4} = 9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 = 9 \cdot 28 = 252$$

El grupo de la mañana se puede formar de **252** maneras diferentes.

# Ejercicio 7. Distribución normal, combinatoria y probabilidad

De los 10 candidatos, 6 son mujeres y 4 son hombres, incluyendo a Carlos. Determina la probabilidad de que Carlos sea el único hombre en su grupo.

**Solución:** Habrá que calcular el número de casos favorables y el número de casos totales. Calculo el número de grupos de 5 personas que pueden hacerse teniendo en cuenta que irán Carlos y 4 mujeres más. Por lo que basta calcular el número de grupos de 4 mujeres que pueden hacerse. El orden sigue sin influir.

$$N = \binom{6}{4} = \frac{6!}{4! \cdot (6-4)!} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15 \text{ grupos con solo Carlos y 4 mujeres}$$

Calculo el número de grupos de 5 personas que pueden hacerse, teniendo en cuenta que Carlos es uno de sus integrantes. Ahora no hay restricciones respecto al sexo de los integrantes.

$$N = \binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \cdot (9-4)!} = \frac{9!}{4! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{4! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{9 \cdot 7 \cdot 6}{3} = 3 \cdot 7 \cdot 6 = 126 \text{ grupos con Carlos}$$

Se aplica la regla de Laplace para calcular la probabilidad pedida.

$$P = \frac{\text{nº de grupos con 4 mujeres y Carlos}}{\text{nº total de posibles grupos}} = \frac{15}{126} = \frac{5}{42}$$

La probabilidad de que Carlos sea el único hombre en el grupo es **5/42**.

# Ejercicio 7. Distribución normal, combinatoria y probabilidad

Anna, Bea, Carlos, Danny y Ellie son invitados a una actividad de rol durante la entrevista. Para seleccionar al líder del grupo, el examinador les ofrece 5 sobres: 1 contiene instrucciones para el líder y los otros 4 sobres solo tienen una hoja en blanco. El examinador sugiere que elijan su sobre en orden alfabético. Los candidatos protestan, alegando que no tendrán la misma probabilidad de convertirse en líder. Determina si el segundo candidato en elegir un sobre tiene la misma probabilidad de convertirse en líder que el primero.

**Solución:** La probabilidad de que Anna sea elegida líder es  $\frac{1}{5}$ .

La probabilidad de que Bea sea elegida líder es:  $P = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$

Tanto Anna como Bea tienen la misma probabilidad de ser elegidas lideresas del grupo.

NOTA: Puedes ayudarte de un diagrama de árbol si lo necesitas.