# PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

## ANDALUCÍA



# MATEMÁTICAS

# SEPTIEMBRE 2017

# Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Números reales.

Problema con una función cuadrática.

Probabilidad. Tabla de contingencia. Diagrama de árbol.

Estadística bidimensional.

Geometría y trigonometría.

# Ejercicio 1

Las siguientes expresiones cotidianas tienen asociadas un número real:

| | Expresión |
|---|---|
| CASO 1 | La medida de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 1 cm y 1 cm. |
| CASO 2 | La fracción que me corresponde si de ocho trozos de pizza tomo tres. |
| CASO 3 | La cantidad que me queda en el banco si después de ingresar 2400 € he gastado 3000 €. |
| CASO 4 | La distancia a la que me encuentro de un punto de salida si al recorrer 2,356 km regreso recorriendo 1,4023 km. |

A. Completa la siguiente tabla con el número que le corresponde a cada expresión y todos los conjuntos numéricos a los que pertenece cada uno de los números.

B. Suma todos los números obtenidos dando el resultado con un redondeo a las diezmilésimas.

C. Expresa el resultado de la suma del apartado anterior en notación científica.

| | Número | Conjunto numérico |
|---|---|---|
| CASO 1 | $\sqrt{2}$ | Irracionales y reales. |
| CASO 2 | $3/8$ | Racionales y reales. |
| CASO 3 | $-600$ | Enteros, racionales y reales. |
| CASO 4 | $0'9537$ | Racionales y reales. |

En el caso 1, hay que aplicar el teorema de Pitágoras.

$$x^2 = 1^2 + 1^2 \longrightarrow x = \sqrt{2}$$

En el caso 3 basta restar: 2400−3000=−600

En el caso 4 basta restar: 2'356−1'4023=0'9537

La suma de todos los valores es −597'2571.

Expresado en notación científica es $-5'972571 \cdot 10^2$.

# Ejercicio 2

Los ingresos mensuales en miles de euros de una determinada empresa de tornillos están dados por la función: $f(x) = -3x^2 + 12x$ , donde x representa las cajas de mil unidades de tornillos que se fabrican al mes. Por motivos logísticos de almacenamiento y fabricación solo se pueden fabricar hasta una cantidad de 4000 tornillos. Ayuda a esta empresa a mejorar sus ganancias resolviendo los siguientes apartados.

A. Indica la variable independiente y la dependiente de la función con sus correspondientes unidades. Sabiendo que la empresa obtiene 9000 € de ganancia fabricando 1000 tornillos, ¿cuánto ganará elaborando 3 cajas tornillos al mes? Rellena la siguiente tabla de valores.

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 9 |
| 3 | 9 |

La **variable independiente** es x: x=cajas de mil unidades de tornillos fabricados.

La **variable dependiente** es y: y=miles de euros ingresados.

$f(3) = -3 \cdot 3^2 + 12 \cdot 3 = 9$

Los ingresos serán de 9000 euros.

B. ¿De qué tipo de función se trata? Realiza la representación gráfica de la función.

Es una función cuadrática y su representación gráfica tiene forma de parábola.

Para poder realizar la representación gráfica necesito determinar el vértice y los puntos de corte con los ejes.

Para determinar el vértice se aplica la fórmula. Y se sustituye en la función.

$v = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2 \cdot (-3)} = 2$  $f(2) = -3 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 = 12$

El vértice está en el punto (2,12)

# Ejercicio 2

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 9 |
| 3 | 9 |

Para calcular los puntos de corte con el eje X, se iguala la función a cero.

$$-3x^2 + 12x = 0 \longrightarrow x \cdot (-3x + 12) = 0 \longrightarrow x = 0$$

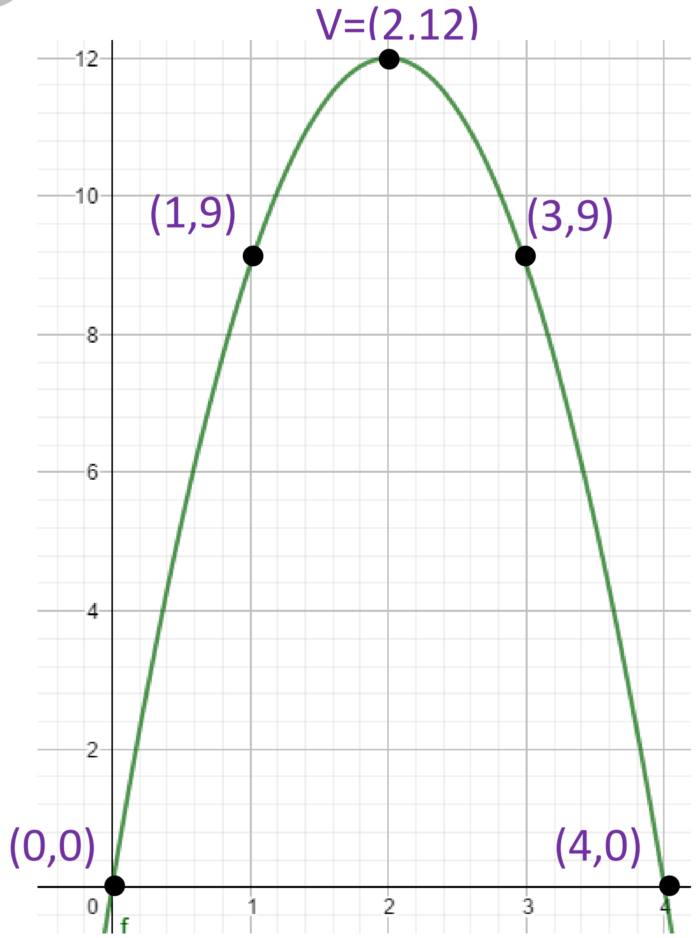
$$-3x + 12 = 0 \longrightarrow x = 4$$

Los puntos de corte con el eje X son: (0,0) y (4,0)

Para calcular el punto de corte con el eje Y, se sustituye x por cero.

$$f(0) = -3 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0 = 0$$

El punto de corte con el eje Y es: (0,0). Ya puedo representar la función:



# Ejercicio 2

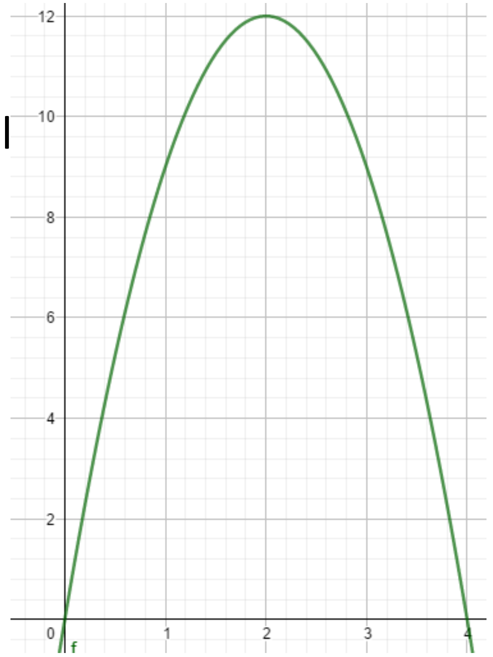
C. Describe el dominio, recorrido y monotonía de la función. Interpreta los resultados obtenidos.

**Dominio [0,4]** (si tenemos en cuenta que el número de tornillos debe ser positivo y que como mucho se pueden fabricar 4000 tornillos). Por otro lado, sino se aplicaran las condiciones del problema, el dominio de una función cuadrática son todos los números reales.

**Recorrido: [0,12].** Observando la gráfica vemos que en el eje Y, los valores oscilan entre 0 y 12. Sino se aplicaran las condiciones del problema, el recorrido de la función sería $(-\infty,12]$.

**Monotonía:** La función es creciente en el intervalo [0,2) y decreciente de (2,4] en las condiciones del problema. Sino se aplicaran dichas condiciones, la función sería creciente de $(-\infty,2)$ y decreciente en $(2,+\infty)$

La empresa siempre obtiene beneficios, excepto cuando fabrica 4000 tornillos. Ahí sus beneficios son cero. El máximo beneficio lo obtiene al fabricar 2000 tornillos, y es un beneficio de 12000 €. Si fabricara más de 4000 tornillos, tendría pérdidas. Y sus beneficios aumentan entre los 0 y 2000 tornillos fabricados.




D. ¿Cuántos tornillos se deben fabricar mensualmente para obtener el mayor ingreso? ¿Cuál es el ese ingreso máximo? Justifica la respuesta.

El máximo beneficio lo obtiene al fabricar 2000 tornillos, y es un beneficio de 12000 €.

# Ejercicio 3

En un edificio trabajan 500 personas para dos empresas diferentes, una de seguros y otro de paquetería. La distribución por sexos es la siguiente.

| | Hombres | Mujeres | |
|---|---|---|---|
| Paquetería | 83 | 74 | 157 |
| Seguros | 165 | 178 | 343 |
| | 248 | 252 | 500 |

Solución: Se obtienen los valores de las distribuciones marginales de la tabla de contingencia.

A. Calcula la probabilidad de que no sea de la empresa de seguros.

Para calcular la probabilidad se aplica la regla de Laplace.

$$P = \frac{N^{o}\ de\ casos\ favorables}{N^{o}\ de\ casos\ totales} \longrightarrow \boxed{P(no\ sea\ de\ seguros) = \frac{157}{500}}$$

B. Sabiendo que es de paquetería, calcula la probabilidad de que sea mujer.

En este caso la probabilidad es condicionada. Por eso sólo nos fijamos en las empresas de paquetería.

$$\boxed{P\left({}^{sea\ mujer}/_{es\ de\ paquetería}\right) = \frac{74}{157}}$$

# Ejercicio 3

C. Averigua la probabilidad de que los dos sean empleados de seguros.

|  | Hombres | Mujeres |  |
|---|---|---|---|
| Paquetería | 83 | 74 | 157 |
| Seguros | 165 | 178 | 343 |
|  | 248 | 252 | 500 |

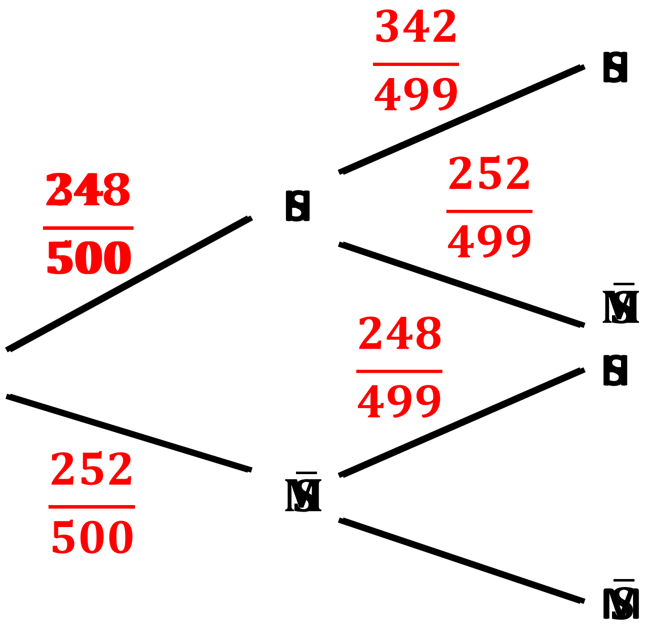
En este caso hay que hacer un diagrama de árbol. Sólo completo la parte del árbol que necesito.

$$P(sean\ dos\ de\ seguros) = \frac{343}{500} \cdot \frac{342}{499} \approx 0'47$$

D. Calcula la probabilidad de que sean de sexos distintos.

En este caso hay que hacer un diagrama de árbol. Sólo completo la parte del árbol que necesito.

$$P(sean\ de\ sexos\ distintos) = \frac{248}{500} \cdot \frac{252}{499} + \frac{252}{500} \cdot \frac{248}{499} \approx 0'50$$



# Ejercicio 4

4. La siguiente tabla recoge la relación existente entre las nóminas de 5 empleados de una empresa y su antigüedad, en años, en sus puestos de trabajo.

| Salario en € | Años de antigüedad |
|---|---|
| 1250 | 3 |
| 938 | 2 |
| 1100 | 4 |
| 1457 | 6 |
| 1300 | 5 |

A. Calcula el salario medio de la empresa y la media de años que llevan los empleados trabajando en la empresa.

B. Calcula la desviación típica de las variables Salario y Años de Antigüedad.

C. Justifica, calculando e interpretando el coeficiente de correlación lineal, qué tipo de relación existe entre el salario y la antigüedad en esta empresa.

# Ejercicio 4

Aunque este cálculo se puede hacer directamente con la calculadora, debemos hacer el cálculo con las tablas.

Se completa la tabla para poder calcular las medias, las desviaciones típicas de x e y, y la covarianza.

| x | y | $x^2$ | $y^2$ | x·y |
|---|---|---|---|---|
| 1250 | 3 | 1562500 | 9 | 3750 |
| 938 | 2 | 897844 | 4 | 1876 |
| 1100 | 4 | 1210000 | 16 | 4400 |
| 1457 | 6 | 2122849 | 36 | 8742 |
| 1300 | 5 | 1690000 | 25 | 6500 |
| **6045** | **20** | **7465193** | **90** | **25268** |

Se aplica la fórmula para calcular las medias:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} \longrightarrow \bar{x} = \frac{6045}{5} = \boxed{1209} \qquad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} \longrightarrow \bar{y} = \frac{20}{5} = \boxed{4}$$

Se aplica la fórmula para calcular las desviaciones típicas:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - (\bar{x})^2} \longrightarrow s_x = \sqrt{\frac{7465193}{5} - (1209)^2} \approx \boxed{177'1}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{N} - (\bar{y})^2} \longrightarrow s_y = \sqrt{\frac{90}{5} - (4)^2} = \sqrt{2} \approx \boxed{1'41}$$

Se aplica la fórmula para calcular la covarianza:

$$s_{xy} = \frac{\sum x_i \cdot y_i}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{25268}{5} - 1209 \cdot 4 = \boxed{217'6}$$

Se aplica la fórmula para calcular el coeficiente de correlación lineal.

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{217'6}{177'1 \cdot 1'41} \approx \boxed{0'87}$$

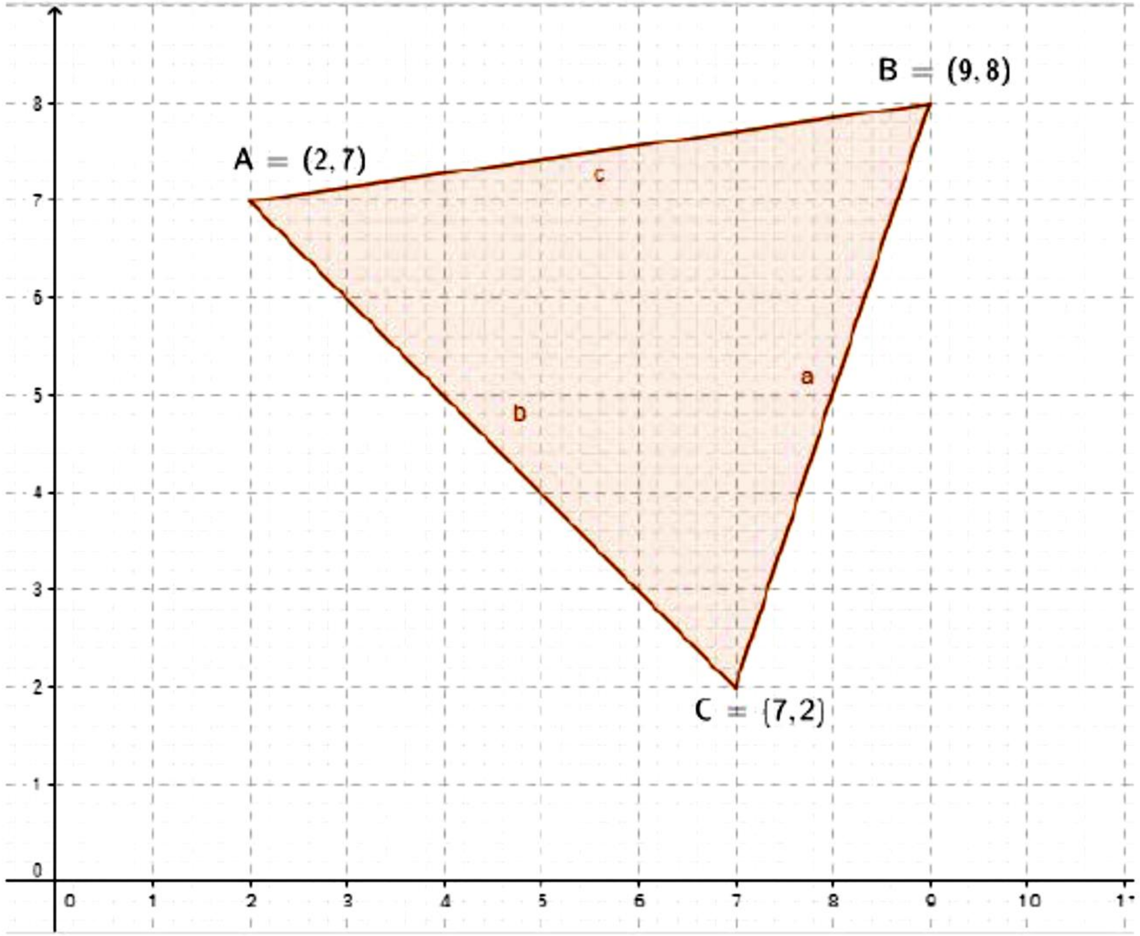
La correlación entre las variables es fuerte.

# Ejercicio 5

A un profesional le han encargado que diseñe una pieza en forma de triángulo isósceles. Para ello toma como modelo el siguiente dibujo de un triángulo de vértices A(2,7), B(9,8) y C(7,2).

A. Calcula la medida de sus lados y comprueba que se trata de un triángulo isósceles.

B. Averigua el valor del ángulo en el vértice B haciendo uso de las razones trigonométricas de un triángulo rectángulo.




Para calcular la longitud de cada lado del triángulo, basta con calcular la distancia entre los dos vértices que lo limitan. La fórmula es la siguiente:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$c = d_{AB} = \sqrt{(9-2)^2 + (8-7)^2} = \sqrt{50} = \boxed{5\sqrt{2}\, u.l.}$$

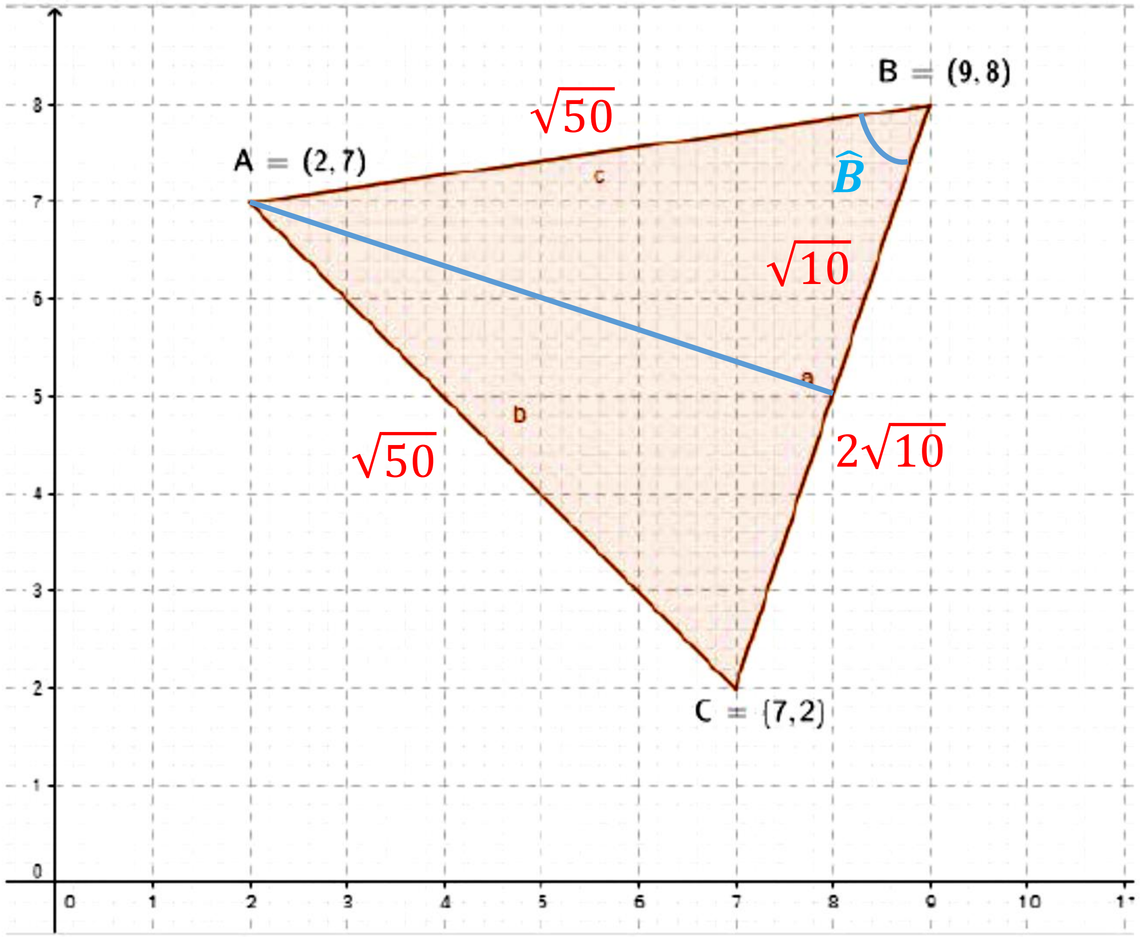
$$b = d_{AC} = \sqrt{(7-2)^2 + (2-7)^2} = \sqrt{50} = \boxed{5\sqrt{2}\, u.l.}$$

$$a = d_{BC} = \sqrt{(7-9)^2 + (2-8)^2} = \sqrt{40} = \boxed{2\sqrt{10}\, u.l.}$$

Como se puede ver, hay dos lados iguales, por lo que el triángulo es isósceles.

# Ejercicio 5

B. Averigua el valor del ángulo en el vértice B haciendo uso de las razones trigonométricas de un triángulo rectángulo.




Para calcular un ángulo pedido utilizando las razones trigonométricas, debemos dividir en dos triángulos iguales el triángulo isósceles.

Se aplica la definición de coseno.

$$\cos(\hat{B}) = \frac{Cateto\ contiguo}{Hipotenusa}$$

$$\cos(\hat{B}) = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \approx 0'4472$$

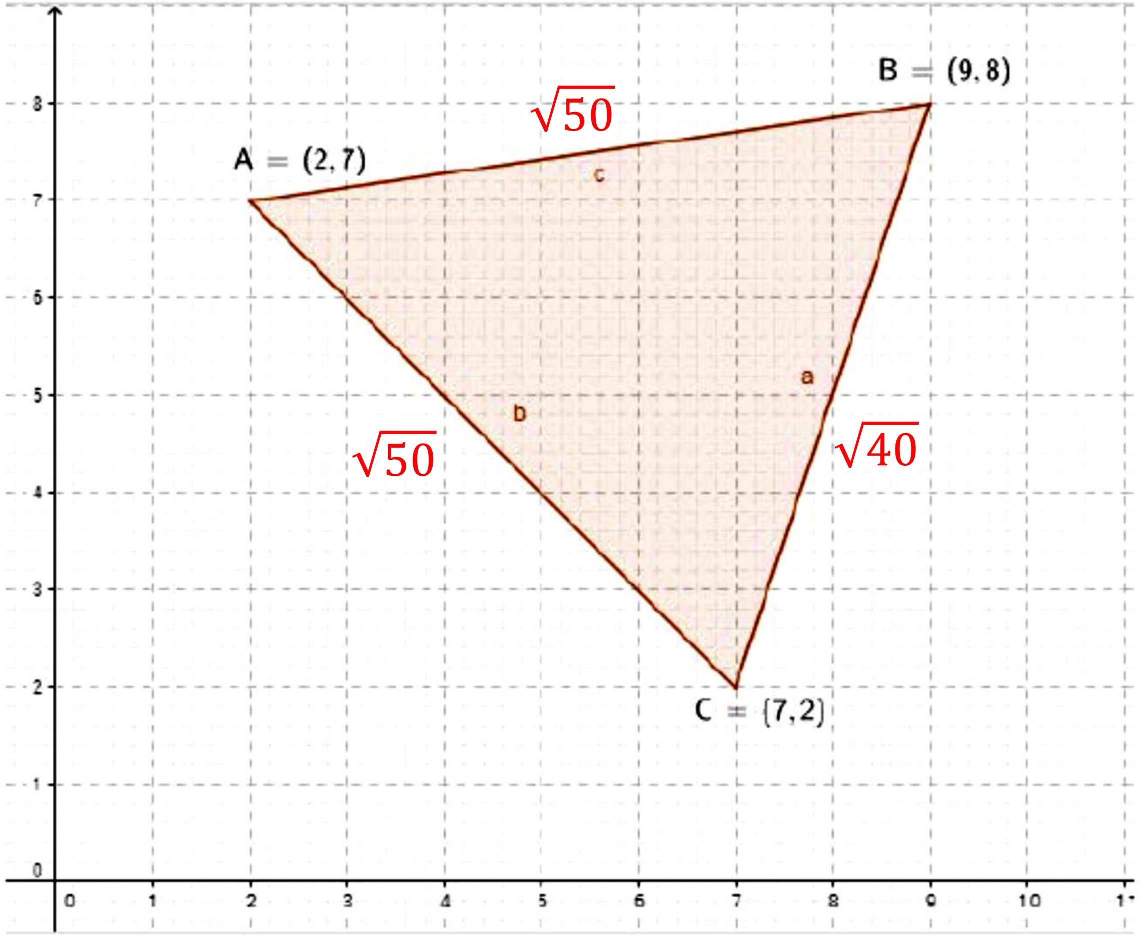
$$\boxed{\hat{B} = \arccos(0'4472) = 63'47°}$$



No te pierdas el BONUS de ampliación.

# Ejercicio 5 (BONUS)

B. Averigua el valor del ángulo en el vértice B haciendo uso de las razones trigonométricas de un triángulo rectángulo.




Para calcular un ángulo en un triángulo del cual se conocen las longitudes de los 3 lados, lo más directo es utilizar el **teorema del coseno**:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\hat{B})$$

Sustituyendo:

$$(\sqrt{50})^2 = (\sqrt{40})^2 + (\sqrt{50})^2 - 2 \cdot (\sqrt{40}) \cdot (\sqrt{50}) \cdot \cos(\hat{B})$$

$$2 \cdot (\sqrt{40}) \cdot (\sqrt{50}) \cdot \cos(\hat{B}) = 40$$

$$\cos(\hat{B}) = \frac{40}{2 \cdot (\sqrt{40}) \cdot (\sqrt{50})} = \frac{\sqrt{5}}{5} \approx 0'4472$$

$$\boxed{\hat{B} = \arccos(0'4472) = 63'47°}$$