Selectividad Comunidad Valenciana

Física

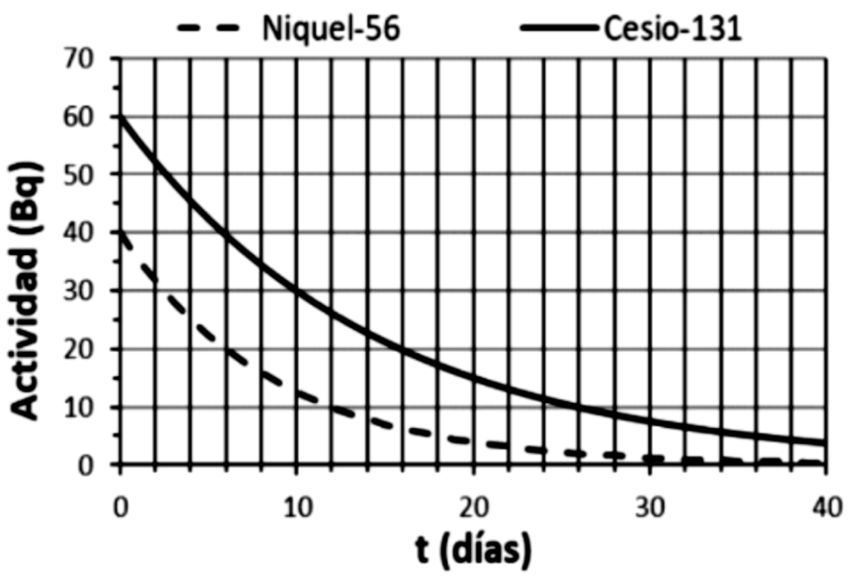
Problema 4
Junio 2021

ADVERTENCIA

- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Revisa mi página web: www.angelcuesta.com
En ella encontrarás muchos ejercicios resueltos.

Física del Siglo XX



a) Define período de semidesintegración. A la vista de la figura, calcula el período de semidesintegración del ^{56}Ni y razona si es mayor o menor que el ^{131}Cs. ¿Qué tiempo debe pasar para que el número de núcleos de ^{131}Cs disminuya un 75%?

b) Si la masa inicial de ^{56}Ni es de 10^{-3} pg, determina el número de núcleos que quedan sin desintegrar a los 15 días.

Datos: masa de un núcleo de ^{56}Ni, $93 \cdot 10^{-24}$ g.

Solución:

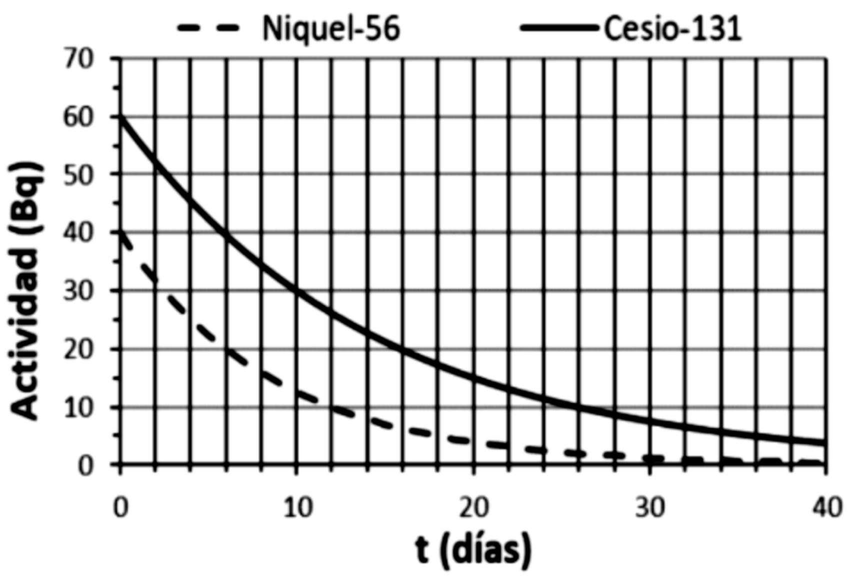
El período de semidesintegración $T_{1/2}$ es el tiempo que transcurre hasta que el 50% de los núcleos radiactivos de la muestra se desintegra. Puesto que la actividad es proporcional al número de núcleos $A = \lambda \cdot N$, podemos afirmar que el período de semidesintegración $T_{1/2}$ es el tiempo que transcurre hasta que la actividad de la muestra se reduce en un 50%.

A la vista de la gráfica, el período de semidesintegración del ^{56}Ni se producirá cuando su actividad se reduzca a la mitad, es decir, cuando vale 20 Bq. **Se puede observar que eso ocurre a los 6 días.**

De igual manera, el período de semidesintegración del ^{131}Cs se producirá cuando su actividad se reduzca a la mitad, es decir, cuando vale 30 Bq. **Se puede observar que eso ocurre a los 10 días.**

Obviamente, **el período de semidesintegración del ^{56}Ni es menor que el del ^{131}Cs.**

Física del Siglo XX



a) Define período de semidesintegración. A la vista de la figura, calcula el período de semidesintegración del ^{56}Ni y razona si es mayor o menor que el ^{131}Cs. **¿Qué tiempo debe pasar para que el número de núcleos de ^{131}Cs disminuya un 75%?**

b) Si la masa inicial de ^{56}Ni es de 10^{-3} pg, determina el número de núcleos que quedan sin desintegrar a los 15 días.

Datos: masa de un núcleo de ^{56}Ni, $93 \cdot 10^{-24}$ g.

Solución:

Podemos decir, que para que el número de núcleos de ^{131}Cs disminuya un 75%, debe transcurrir un tiempo igual a dos veces el período de semidesintegración, **es decir 20 días**. Lo demostramos.

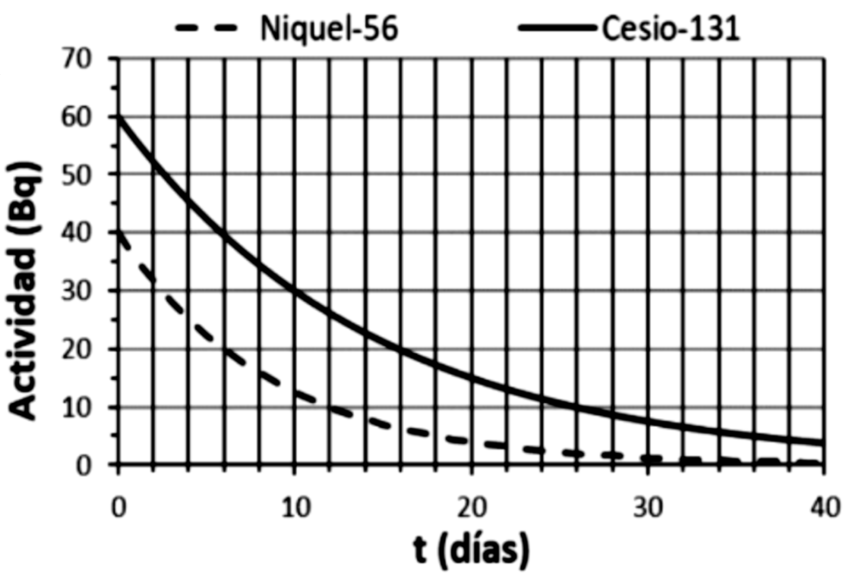
$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \xrightarrow{A = \frac{A_0}{4}} \frac{A_0}{4} = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \longrightarrow \frac{1}{4} = e^{-\lambda \cdot t}$$

$$Ln\left(\frac{1}{4}\right) = Ln\left(e^{-\lambda \cdot t}\right) \longrightarrow Ln\left(\frac{1}{4}\right) = -\lambda \cdot t \longrightarrow -Ln(4) = -\lambda \cdot t$$

$$Ln(2^2) = \lambda \cdot t \longrightarrow 2 \cdot Ln\, 2 = \lambda \cdot t \longrightarrow t = \frac{2 \cdot Ln\, 2}{\lambda} = 2 \cdot T_{1/2}$$

También se podría obtener de forma gráfica, observando cuando la actividad del ^{131}Cs disminuya 15 Bq. **Es decir 20 días**

Física del Siglo XX



b) Si la masa inicial de ^{56}Ni es de 10^{-3} pg, determina el número de núcleos que quedan sin desintegrar a los 15 días.

Datos: masa de un núcleo de ^{56}Ni, $93 \cdot 10^{-24}$ g.

Solución:

Calculo el número de núcleos que hay en la masa inicial de ^{56}Ni.

$$10^{-3}\,\cancel{pg}\;\frac{1\,\cancel{g}}{10^{12}\,\cancel{pg}}\;\frac{1\,núcleo\,^{56}Ni}{93\cdot 10^{-24}\,\cancel{g}} = 1'075\cdot 10^{7}\,núcleos\,^{56}Ni$$

Expreso la ecuación de desintegración en función de $T_{1/2}(^{56}Ni)$.

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \longrightarrow N = N_0 \cdot e^{\frac{-Ln\,2}{T_{1/2}}\cdot t}$$

Se sustituyen el tiempo el período de semidesintegración expresados en días.

$$N = 1'075\cdot 10^{7}\cdot e^{\frac{-Ln\,2}{6}\cdot 15} \approx \mathbf{1'9\cdot 10^{6}\,núcleos\,^{56}Ni}$$

Al transcurrir 15 días, quedarán sin desintegrar $\mathbf{1'9\cdot 10^{6}\,núcleos\,^{56}Ni}$.

BONUS

Deducción de la ecuación de desintegración radiactiva.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$$

La variación del número de núcleos radiactivos con el tiempo es proporcional al número de núcleos radiactivos. Es negativa porque el número de núcleos disminuye con el tiempo.

La ecuación que hemos escrito arriba, es una ecuación diferencial. Para poder resolverla, debemos integrarla.

Condiciones iniciales: $t = 0;\ \ N = N_0$

Separo las variables: $dN = -\lambda \cdot N\, dt \longrightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda\, dt$

Ahora ya podemos integrar, definiendo los límites de integración con las condiciones iniciales.

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = \int_0^t -\lambda\, dt \longrightarrow [Ln(N)]_{N_0}^{N} = -\lambda \cdot [t]_0^t \longrightarrow Ln(N) - Ln(N_0) = -\lambda \cdot (t - 0)$$

$$Ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda \cdot t \longrightarrow \left(\frac{N}{N_0}\right) = e^{-\lambda \cdot t} \longrightarrow \boxed{N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$$

Que es la ley que queríamos obtener.